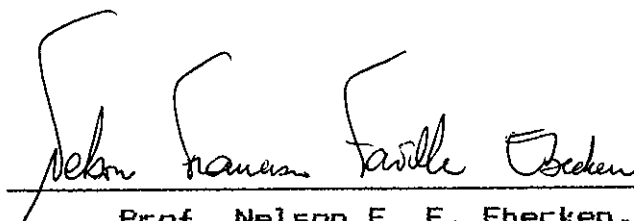


EQUIPAMENTOS INDUSTRIAIS EM MICROCOMPUTADORES

MARCELO FERNANDES MENDES

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:



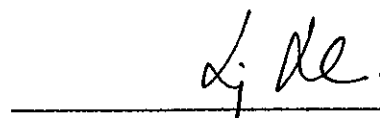
Prof. Nelson F. F. Ebecken, D. Sc.
(Presidente)



Eng. Álvaro Maia da Costa, D. Sc.



Prof. Edison Castro Prates de Lima, D. Sc.



Prof. Luiz Landau, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1989

MENDES, MARCELO FERNANDES

Análise Termo-elasto-plástica de Componentes de Equipamentos Industriais em Microcomputadores [Rio de Janeiro] 1989

XI, 159 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1989)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

I. Análise Estrutural I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

Dedico esta tese a meus pais, pelo exemplo de dedicação, honradez, e carinho, com o qual tive a felicidade de ser criado.

Que Deus abençoe os que
lutam com o coração puro.

AGRADECIMENTOS

A minha esposa, pelo carinho, incentivo e compreensão em todas as situações.

Aos meus pais e irmãos, pelo apoio e presença nos momentos de dificuldades.

Ao professor Nelson, pela paciência, compreensão e valiosa orientação, que tanto contribuiu para a conclusão deste trabalho.

Aos meus tios, Dirce e Nicolau, pela acolhida, carinho e incentivos, que tornaram mais fácil enfrentar todos os problemas.

Ao amigo Luiz Brandão, pelas oportunidades, companhia, exemplo e orientação ao longo de minha vida profissional.

Aos amigos Gabriel, Ramiro e Severino, pelo apoio, ensinamentos e incentivos ao longo destes anos.

Aos colegas da PENTA, pelo apoio e incentivo.

Aos professores Luiz Landau e Sérgio Villaça, pela orientação, apoio e atenção na graduação e na COPPE.

Aos colegas Albaney Guedes e Roberto Assakura, pela ajuda na conclusão deste trabalho.

Ao colega Jorge Frias, responsável pelas figuras deste texto.

A COPPE e CAPES, pela oportunidade de desenvolver este trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

ANÁLISE TERMO-ELASTO-PLÁSTICA DE COMPONENTES DE EQUIPAMENTOS
INDUSTRIAIS EM MICROCOMPUTADORES

Marcelo Fernandes Mendes

Julho, 1989

Orientador : Nelson F. Favilla Ebecken

Programa : Engenharia Civil

O presente trabalho compreende a teoria básica e implementação em microcomputador de um programa para análise termo-elasto-plástica de estruturas bi-dimensionais e axissimétricas, baseado no Método dos Elementos Finitos.

Apresenta rotinas para cálculo de Fluência, segundo a Equação de Norton, e do Fator de Forma entre superfícies finitas, permitindo o cálculo do fluxo de calor por radiação entre superfícies próximas, de dimensões finitas, para cada elemento da malha.

Discute-se aspectos relativos à estabilidade do algoritmo de integração no regime transiente, para as análises térmicas e de fluência, sendo apresentados exemplos para verificação do programa, executados em microcomputador PC/XT compatível com 640 kb de RAM.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as parcial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

THERMO-ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF COMPONENTS OF INDUSTRIAL EQUIPMENTS IN MICROCOMPUTERS

Marcelo Fernandes Mendes

July, 1989

Thesis Supervisor : Nelson F. Favilla Ebecken

Department : Civil Engineering

The basic theory and implementation of a thermo-elastic-plastic finite element program, for two-dimensional and axis-symetrical structures, in microcomputers, are presented in this work.

Routines for creep analysis, using Norton's Equation, and for Shape Factors calculations between radiation finite surfaces are discussed. Using the latter, the program can calculate the radiation heat flux for each element in the mesh.

Some aspects about stability of the integration schemes for transient creep and thermal analysis are discussed, and examples for code verification are also presented, running them on a 640 kb PC/XT computer.

ÍNDICE

	página
I - INTRODUÇÃO	1
I.1 - MOTIVAÇÃO	1
I.2 - OBJETIVOS	3
I.3 - ORGANIZAÇÃO	4
II - TRANSFERÊNCIA DE CALOR	6
II.1 - INTRODUÇÃO	6
II.2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO	7
II.3 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO ...	9
II.4 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO	11
II.4.1 - Lei de Stefan-Boltzman	12
II.4.2 - Cálculo do Fator de Forma	13
II.5 - EQUAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	19
II.5.1 - Condições de Contorno e Iniciais	21
II.6 - FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINI-	
TOS PARA CONDUÇÃO	25
III - ANÁLISE TERMO-ELASTO-PLÁSTICA	31
III.1 - INTRODUÇÃO	31
III.2 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	31
III.3 - MODELO MATEMÁTICO	32
III.4 - REGIME ELÁSTICO	35
III.4.1 - Regime Linear	35
III.4.2 - Regime Não-linear	36
III.5 - REGIME PLÁSTICO	38
III.5.1 - Critério de Von Mises	39
III.5.2 - Aproximação da Curva Tensão- ..	40

III.5.3 - Função Potencial	42
III.5.4 - Encruamento	43
III.5.4.1 - Encruamento Isotrópico.	43
III.5.4.2 - Encruamento Cinemático .	52
III.6 - FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE TERMO-ELASTO-PLÁSTICA	57
IV - ANÁLISE DE FLUÊNCIA	62
IV.1 - INTRODUÇÃO	62
IV.2 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	63
IV.3 - MODELO MATEMÁTICO	64
IV.3.1 - Estado Multi-Axial de Tensões ..	65
IV.3.2 - Potencial de Fluência	65
IV.4 - EQUAÇÃO CONSTITUTIVA	66
IV.5 - FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS	67
V - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	69
V.1 - INTRODUÇÃO	69
V.2 - ORGANIZAÇÃO DO PROGRAMA	69
V.2.1 - Análise Térmica	70
V.2.2 - Análise Mecânica	73
V.3 - ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO	83
V.3.1 - Análise Térmica	83
V.3.1.1 - Estabilidade	85
V.3.2 - Análise Mecânica	86
V.3.3 - Análise de Fluência	87
VI - VALIDADE DOS PROCEDIMENTOS IMPLEMENTADOS	89
Exemplo VI.1 - Análise Térmica em Regime Transiente	92

Exemplo VI.2 - Análise Linear Elástica com Carregamento Térmico	94
Exemplo VI.3 - Análise Elasto-plástica Conside- rando Carregamento Bi-axial	96
Exemplo VI.4 - Análise Termo-elasto-plástica com Variação de Temperatura e Tensão Uni-axial	99
Exemplo VI.5 - Análise de Fluência com Tensão Constante	100
Exemplo VI.6 - Análise Elasto-plástica de um Cilindro de Paredes Espessas	103
Exemplo VI.7 - Análise de Fluência de um Cilin- dro de Paredes Espessas	107
Exemplo VI.8 - Análise dos Acumuladores de 2000 Litros	110
VII - CONCLUSÃO	112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121
APÊNDICE A - ALGUNS ASPECTOS SOBRE TROCA DE CALOR POR RADIAÇÃO	126
APÊNDICE B - EFEITO DE SUPERFÍCIES INTERMEDIÁRIAS NO CÁLCULO DO FATOR DE FORMA	132
APÊNDICE C - RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO FATFOR	135
APÊNDICE D - DESCRIÇÃO DAS SUB-ROTINAS	143

APÊNDICE E - MANUAL DO PROGRAMA ATEPF	147
---	-----

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - MOTIVAÇÃO

À medida em que se desenvolvem as necessidades e exigências de consumidores e usuários, juntamente com as técnicas de projeto, as máquinas, equipamentos e estruturas tendem a trabalhar com coeficientes de segurança cada vez menores, para condições de carregamento de complexidade sempre crescente.

No caso de máquinas e equipamentos térmicos, o aumento da eficiência tornou-se uma exigência da competitividade de mercado, estando diretamente ligado à maximização da temperatura de operação. A este aumento deve-se o fato de problemas como fluência, fadiga térmica, deformações plásticas, "ratcheting" e outros mais estarem se tornando mais comuns e merecedores de técnicas particulares para análise.

Por outro lado, o crescimento das exigências de fabricação e operação, obriga as instalações fabris a operarem com solicitações térmicas e mecânicas insuspeitadas quando da ocasião do projeto original. No caso de projetos desenvolvidos para estas novas situações, torna-se necessária a existência de ferramentas acessíveis ao usuário comum, sem a necessidade de potentes "hardwares", que certamente limitariam ou restringiriam sua divulgação e utilização.

Dentre as técnicas comercialmente disponíveis, o Método dos Elementos Finitos constitui-se na mais difundida e poderosa ferramenta de cálculo estrutural. Além disto, o número de algoritmos já desenvolvidos e testados para este método torna-o ideal para receber a adição de novas rotinas para estudo de casos específicos.

Nestas condições, desenvolveu-se neste trabalho um programa de elementos finitos que pudesse ser utilizado em microcomputadores tipo IBM-PC ou compatível. Este programa tem como objetivo principal a análise termo-elasto-plástica de estruturas bi-dimensionais e axissimétricas, incluindo análise de fluência e análise térmica para regimes permanente e transiente.

Dedicou-se especial atenção ao fenômeno de transferência de calor por radiação. Este fato se justifica pela dificuldade de se obter um programa disponível comercialmente que permita considerar a quantidade de calor recebida, por radiação, em regiões específicas de uma dada superfície, a partir de uma fonte finita, não pontual, de calor.

Este desenvolvimento visou atender, principalmente, às necessidades de setores industriais como siderúrgico, petroquímico, aeronáutico e nuclear. Pretende ter aplicação a nível de projeto, verificação ou correção de problemas, em equipamentos como vasos de pressão, prensas, estruturas de lamento contínuo, palhetas de turbinas, câmaras de combustão e outras mais.

1.2 - OBJETIVOS

Os principais objetivos do presente trabalho são os seguintes:

- i) Discutir conhecimentos em termo-elasticidade, fluência e transferência de calor em regime transiente e não-linear, que são áreas de grande futuro e potencial;
- ii) Desenvolver uma ferramenta que preencha uma lacuna nas áreas acima citadas, baseado na experiência profissional a respeito das necessidades mais prementes, principalmente nas trocas de calor por radiação entre superfícies de dimensões finitas;
- iii) Testar esta ferramenta de forma a torna-la confiável, identificando suas potencialidades e limitações;
- iv) Tornar prática a sua utilização, implementando-a em "hardware" popular, de baixo custo de aquisição e sem a necessidade de recursos adicionais.

Em suma, desejou-se desenvolver um trabalho voltado para aplicação prática imediata, com um grau de confiabilidade aceitável para desenvolvimentos deste tipo. Não se buscou aplicar os mais modernos métodos numéricos, ou técnicas de solução mais complexas, tais como análise modal de transferência de calor, ou esquemas sofisticados para integração ao longo do tempo.

Ao contrário, procurou-se aproveitar rotinas já desenvolvidas e testadas, sempre que possível utilizando os mais simples esquemas de integração que garantissem bons

resultados. Esta regra foi seguida em todas as etapas do programa, desde as rotinas de transferência de calor em regime transiente, a análise estática não linear e o cálculo das equações de fluência.

Da mesma forma, o programa utiliza a formulação puramente incremental, sem recorrer a algoritmos iterativos, e empregando elementos lineares (triangulares e quadriláteros) como ferramenta de discretização. Portanto, o tratamento de problemas altamente não-lineares deve ser feito criteriosamente, exigindo do usuário experiência e conhecimento dos fenômenos envolvidos.

O programa utilizado segue os desenvolvimentos propostos e apresentados na referência [1], e é compátivel com o Fortran 4.0 da Microsoft, executável no sistema MS-DOS 3.30.

1.3- ORGANIZAÇÃO

No Capítulo II encontra-se um breve resumo da teoria de transferência de calor por condução, convecção e radiação, para os casos de regime permanente e transiente. Foi dada ênfase à formulação para cálculo do fator de forma para radiação entre superfícies.

No Capítulo III são descritos os principais tópicos relacionados à análise termo-elasto-plástica. Um resumo sobre as teorias utilizadas de encruamento isotrópico e cinemático, assim como das equações empregadas na formulação do programa é apresentado.

O Capítulo IV trata da fluência ("creep") dos materiais. Alguns conceitos teóricos relativos a este fenômeno são comentados, juntamente com as equações constitutivas e o algoritmo de solução utilizado.

O fluxograma do programa e suas potencialidades de análise são apresentados e discutidos no Capítulo V. Também são abordados e discutidos os principais recursos, possibilidades de utilização e limitações, bem como a estabilidade dos algoritmos de integração.

O Capítulo VI trata de um dos mais importantes aspectos relativos a um programa de computador: a validade dos procedimentos implementados. Neste capítulo o programa é confrontado com problemas teóricos e experimentais, bem como contra exemplos dos programas COSMOS e ADINA.

Finalmente, no Capítulo VII, procurou-se realizar um apanhado geral do que foi realizado ao longo deste trabalho, com ênfase especial às críticas, recomendações de uso e desenvolvimentos futuros que poderão ser adicionados ao programa.

CAPÍTULO II - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

II.1 - INTRODUÇÃO

O fenômeno da transferência de calor consiste na propagação de energia térmica através de um meio ou entre corpos ou meios distintos. A ciência que estuda este tipo de fenômeno também denomina-se Transferência de Calor.

A energia térmica, normalmente denominada calor, consiste em elemento essencial à vida humana. Atualmente, o aumento da demanda por este e outros tipos de energia exige o uso de máquinas e equipamentos cada vez mais eficientes e competitivos comercialmente, obrigando os projetistas ao uso de margens de segurança menores, obtidas com o emprego de tecnologias complexas e sofisticadas.

Considerando as leis da Termodinâmica [2], tem-se que o aumento da eficiência térmica está ligada ao aumento da temperatura de operação. Desta forma, é necessário que se tenha o máximo de controle sobre o projeto e dimensionamento do processo térmico, de forma a diminuir as perdas. Há ainda a necessidade de levar em conta os efeitos mecânicos deste aumento de temperatura, em termos dos esforços térmicos gerados e alteração do comportamento dos materiais dos quais é constituída a estrutura onde o processo se desenvolve. Estes efeitos mecânicos são apresentados e discutidos nos capítulos III e IV.

Do ponto de vista térmico, além do controle do processo de transferência de calor, há o objetivo de determinar a distribuição de temperatura no corpo em estudo, que é necessário ao projeto mecânico. O objetivo deste capítulo é relacionar as condições térmicas que cercam um corpo à distribuição de temperatura resultante em seu interior, definindo os processos e técnicas envolvidas nesta determinação.

A transferência de calor pode ocorrer por três processos: condução, convecção e radiação. Os dois primeiros serão analisados apenas quanto aos aspectos básicos, uma vez que a literatura disponível é bastante abrangente e conhecida [1 a 12]. Será dada ênfase à troca de calor por radiação, de forma a possibilitar a compreensão da metodologia de cálculo do fator de forma apresentada.

II.2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO.

A transferência de calor por condução consiste no processo em que há predominância da propagação de energia térmica por contato direto entre as moléculas de um mesmo corpo ou na fronteira entre corpos vizinhos em contato.

É importante ressaltar que a energia é conduzida de molécula para molécula, sendo desprezível a energia conduzida por moléculas em movimento de uma região para outra. É um processo característico de meios sólidos, contínuos, em que

não existem vazios, onde há grande dificuldade de haver movimentos de moléculas entre regiões. Por ser característico de meios sólidos, que é o estado físico em que os materiais normalmente são empregados, é o processo de maior interesse em engenharia.

A condução de calor ocorre no interior de um corpo, ou entre corpos vizinhos, sempre que houver gradiente de temperatura. Conforme axioma termodinâmico, o calor sempre flui no sentido da maior para a menor temperatura, na ausência de outros efeitos.

A quantidade de calor que se propaga entre dois pontos é função da área de seção transversal ao segmento de reta que os une, do gradiente de temperatura e das propriedades do material, ou materiais, entre os pontos considerados. Esta quantidade de calor é calculada através de uma grandeza denominada fluxo de calor.

Define-se fluxo de calor (q) como sendo a quantidade de calor transferido por unidade de área transversal, por unidade de tempo. A equação que relaciona o fluxo de calor com as grandezas anteriormente citadas é denominada "Lei de Fourier para Condução de Calor". Ela estabelece que :

$$q = -k \nabla T(r,t) \quad (II.1)$$

Onde:

k = condutividade térmica do material

\underline{r} = vetor posição

t = tempo

T = temperatura

\underline{D} = gradiente

O vetor fluxo de calor (\underline{q}) pode ser decomposto em suas componentes cartesianas (x_1, x_2, x_3) através de

$$\begin{aligned} \underline{q}(x_1, x_2, x_3, t) = & q_1(x_1, x_2, x_3, t) \underline{n}_1 + \\ & q_2(x_1, x_2, x_3, t) \underline{n}_2 + \\ & q_3(x_1, x_2, x_3, t) \underline{n}_3 \end{aligned} \quad (II.2)$$

Cada componente pode ser escrita utilizando (II.1) como:

$$q_i = -k_i \frac{\partial T(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_i}, \quad i=1,2,3 \quad (II.3)$$

onde k_i = condutibilidade térmica na direção considerada.

II.4 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

O processo de convecção está associado a dois mecanismos físicos de transporte de energia: além de transferência de molécula para molécula, há transferência de calor devido ao escoamento ou movimento de moléculas cruzando regiões. Ocorre, portanto, além do simples fluxo de energia, fluxo de matéria transportando energia. Na convecção, o último mecanismo é o predominante.

Desta forma, para que haja convecção é necessário que o meio permita o movimento de moléculas. Isto implica que ela só ocorre de forma significativa em meios líquidos ou gasosos, sendo mais forte nestes últimos. Por esta característica, o interesse da engenharia neste processo normalmente limita-se a interação deste com os meios sólidos.

Como nos demais processos de transferência de calor, o fluxo por convecção é influenciado pela diferença de temperatura entre os pontos em análise. Matematicamente, este fluxo é expresso pela "Lei de Newton da Convecção", que estabelece:

$$q = h (T_a - T_b) \quad (II.4)$$

onde:

h = coeficiente de transferência de calor por convecção
 T_a, T_b = temperatura nos pontos a e b, respectivamente,
que trocam calor por convecção..

A convecção pode ser de dois tipos: natural ou forçada. Denomina-se convecção natural àquela em que o fluxo de matéria transportando energia é devido apenas ao gradiente de temperatura no fluido.

A convecção forçada caracteriza-se pelo fato que o fluido está em movimento causado por outros agentes além do gradiente de temperatura. Maiores informações sobre os dois tipos de convecção podem ser encontrados nas referências [3 e 4].

Embora haja esta distinção entre os dois tipos, a equação (II.4) se aplica a ambos. A diferença é representada pelo valor do coeficiente "h" a ser utilizado, que é maior no caso da convecção forçada.

II.4 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

A troca de calor por radiação consiste no transporte de energia por meio de ondas eletromagnéticas e/ou partículas atômicas, emitidas pelos átomos do material.

É um processo de transferência de energia entre superfícies, uma vez que a energia liberada pelos átomos no interior do volume é absorvida, na maioria dos materiais, por outros átomos vizinhos; constituem uma exceção o vidro, certos materiais semi-transparentes e os gases.

É o único processo que não necessita de meio material para realizar-se, não havendo contato físico entre as superfícies que trocam calor. É um processo físico extremamente importante e consideravelmente mais complexo que os demais.

Basicamente, há dois fatores complicadores no processo de troca por radiação:

- i) A radiação térmica é emitida em diferentes comprimentos de onda (ou frequência), formando um espectro de radiação.

Este espectro é modificado pela temperatura da superfície, assim como as propriedades relativas à absorção e emissão variam ao longo do espectro.

- ii) A radiação é emitida em todas as direções, porém a posição e orientação relativa entre as superfícies que trocam calor influi na quantidade de calor transferida. Portanto, há um aspecto geométrico e direcional que deve ser considerado no cálculo do fluxo de calor.

II.4.1 - Lei de Stefan-Boltzman

Não é objetivo deste trabalho discorrer sobre o desenvolvimento do conhecimento a respeito da distribuição espectral de intensidade de radiação. Entretanto, uma vez que é necessário abordar a natureza espectral da radiação, alguns conceitos básico são discutidos no Apêndice A; informações adicionais poderão ser adquiridos nas referências [3 a 6].

Conforme pode ser visto neste Apêndice, a energia emitida (E_b) por um emissor perfeito (negro), ao longo de todo o espectro, por unidade de tempo, por unidade de área, é calculada em função da temperatura da superfície (em Kelvin) por:

$$E_b = \sigma T^4 \quad (II.5)$$

A equação (II.5) é conhecida como lei de Stefan-Boltzman para radiação; a constante σ é conhecida como constante de

Stefan-Boltzman e seu valor numérico é de :

$$\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \quad \text{W/m}^2.\text{k}$$

A utilização da equação (II.5) para superfícies reais é possível utilizando-se a emissividade do material ($\epsilon(T)$). Desta forma tem-se :

$$E = \epsilon(T) \sigma T^4 \quad (\text{II.6})$$

Nos casos usuais de transferência de calor, uma superfície emissora também é receptora da energia emitida por outras superfícies que a cercam. O processo de troca é regido pela equação:

$$E = \epsilon(T) \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) \quad (\text{II.7})$$

onde

T_1 = temperatura da superfície emissora

T_∞ = temperatura do meio

II.4.2 - Cálculo do Fator de Forma

Uma vez equacionado o problema relativo aos comprimentos de onda da radiação emitida, é necessário considerar os aspectos geométricos da troca de calor entre superfícies finitas. Observando-se a figura II.1, nota-se que o mesmo corpo (2), de área A_2 , receberá uma quantidade diferente de radiação, para as situações (a), (b) e (c)

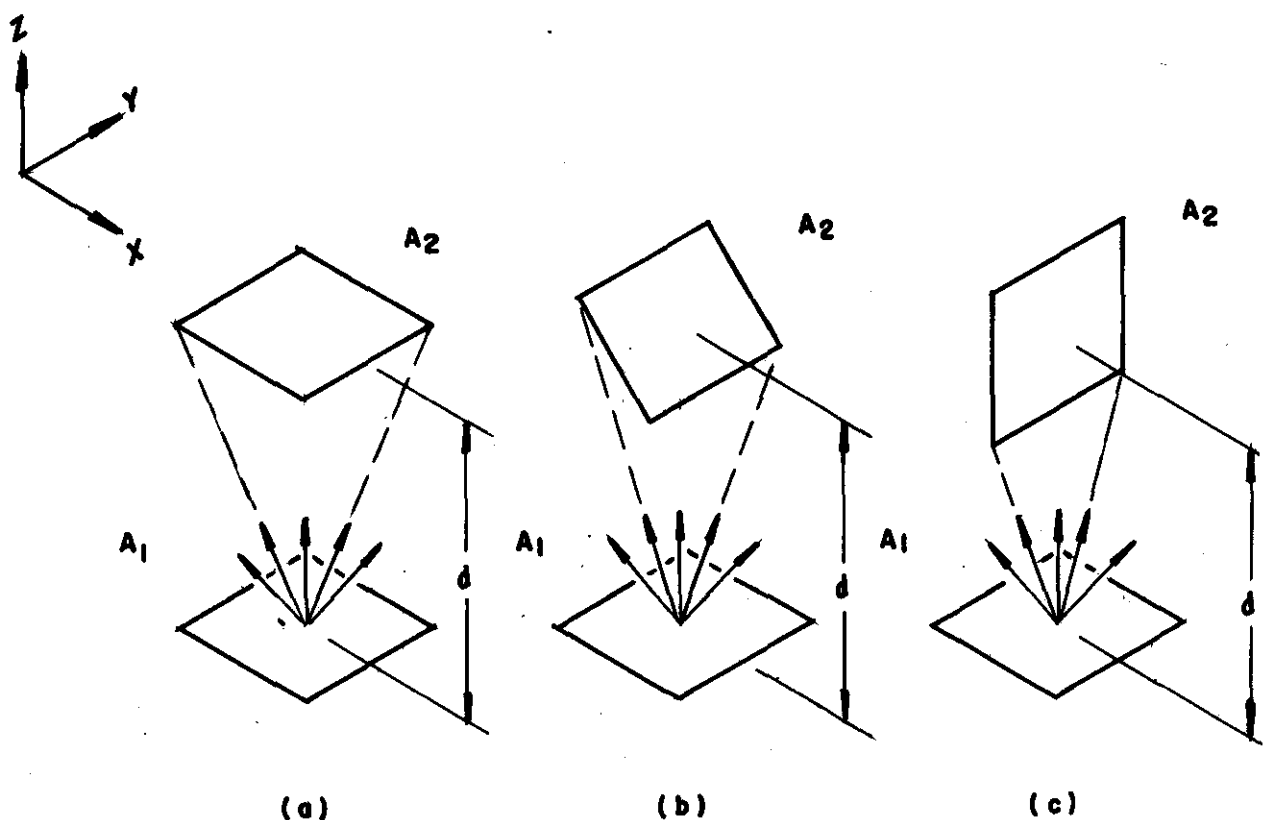


FIG. II.1- EXEMPLO DE ORIENTAÇÃO ENTRE PLACAS: a) PARALELAS, b) INCLINADAS, c) PERPENDICULARES

Nesta figura torna-se evidente a importância da posição relativa entre as superfícies. Para considerar este aspecto introduz-se o conceito de fator de forma, que é parâmetro que indica o quanto da radiação emitida pela superfície 1 atinge a superfície 2, conforme definido por:

$$F_{12} = \frac{E_{12}}{E_1} \quad (II.8)$$

onde:

E_{12} = energia emitida por 1 que atinge 2

E_1 = energia total emitida em 1, em todas as direções

F_{12} = fator de forma entre as superfícies 1 e 2

Substituindo-se (II.7) em (II.8) obtém-se:

$$E_{12} = F_{12} \varepsilon_1(T) \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (II.9)$$

$$E_{21} = F_{21} \varepsilon_2(T) \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

A determinação dos fatores de forma depende exclusivamente das características geométricas e da posição relativa entre as superfícies. Conforme pode ser visto no Apêndice A, a expressão que permite o cálculo do fator de forma é dada por:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \alpha_i \cos \alpha_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (II.10)$$

Onde os termos α_i , α_j , R , A_i e A_j encontram-se indicados na figura A.1.

A equação (II.10) é calculada integrando-se os cossenos e o segmento R ao longo das superfícies. No caso de geometrias simples, é possível calcular a integral exata destas equações, que pode ser encontrada nas referências [3, 4, 5 e 7] para estes casos; no caso de geometrias mais complexas, é possível calcular F_{ij} apenas através de métodos numéricos.

Neste último caso, o método dos elementos finitos é bastante conveniente, uma vez que permite a divisão da estrutura em pequenos elementos. Desta forma, como uma primeira aproximação, a integral (II.10) pode ser aproximada por:

$$F_{12} = \frac{1}{(\pi A_1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\cos \sigma_i \cos \sigma_j}{R_{ij}^2} A_i A_j \quad (II.11)$$

Onde m e n representam o número de elementos nas superfícies 1 e 2, respectivamente.

Alguns programas comercialmente disponíveis utilizam (II.11) para cálculo do fator de forma, como o programa TRASYS, da Martin Marietta Corporation [10]. Entretanto, para manter um erro aceitável ($\leq 10\%$), este programa subdivide as superfícies em elementos tais que a razão A/R^2 seja menor ou igual a 0.05 (superfícies paralelas). Isto implica em um número bastante elevado de elementos, na maioria dos casos, resultando em grande esforço e custo computacional, além da utilização de espaço significativo na memória.

Tendo em vista que o objetivo deste trabalho é desenvolver um programa para computadores de pequeno porte, optou-se por um algoritmo mais eficiente, com menor custo computacional. Neste caso, a equação (II.10) é aproximada por:

$$F_{12} = \sum_j \sum_k \Delta F_{A_j-A_k} \quad (II.12)$$

onde:

A_j = área do j-ésimo elemento da superfície 1

A_k = área do k-ésimo elemento da superfície 2

$$\Delta F_{A_1-A_2} = M N^2 dF_{dA-A_2}$$

onde

dA = fonte pontual de energia

A_2 = área receptora de calor

M = fator que leva em consideração as dimensões não pontuais de A_1

$$M = \frac{(\pi R_o^2 + A_2) [\pi R_o^2 + A_1 + A_2 - \sqrt{(\pi R_o^2 + A_1 + A_2)^2 - 4A_1 A_2}]}{2A_1 A_2}$$

N^2 = fator que leva em consideração o não paralelismo entre dA e A_2

$$N = \cos \sigma_1 - \frac{\tan \sigma_A}{\sin \sigma_2} (\cos \sigma_1 \cos \sigma_2 + \cos \sigma_B)$$

dF_{dA-A_2} = Fator de forma diferencial

$$dF_{dA-A_2} = \frac{\delta^2 \cos \sigma_2}{\pi} [B * (B + C) + D * (D + C)]$$

onde

$$B = \frac{1}{\sqrt{R_o^2 + \alpha \delta^2 + P}}$$

$$C = 1 / \sqrt{R_o^2 + \delta^2}$$

$$D = 1 / \sqrt{R_o^2 + \alpha \delta^2 - P}$$

$$S = A_2^{1/2} / 2$$

$\vec{R}_o = \vec{x}_2 - \vec{x}_{dA}$ = Vetor posição de A_2 relativo a dA

$$\cos \sigma_2 = - \vec{n}_2 \cdot \vec{R}_o^{-1} \cdot \vec{R}_o$$

$$P = 2 R_o \delta \sin \sigma_2$$

$$\alpha = 0.2953$$

\vec{x}_2, \vec{x}_{dA} = Vetores posição das áreas A_2 e dA , em relação a um sistema de coordenadas.

$$\cos \sigma_1 = \vec{n}_{dA} \cdot \vec{R}_o^{-1} \cdot \vec{R}_o$$

$$\cos \sigma_a = x / \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$\cos \sigma_b = z / \sqrt{x^2 + z^2}$$

onde

$$x = \delta \cos \sigma_2 (D+B)$$

$$z = B (R_o + \delta \sin \sigma_2) - D (R_o - \delta \sin \sigma_2)$$

A figura (II.2) ilustra os parâmetros empregados na formulação acima.

Este algoritmo, que será denominado FATFOR, permite ainda que sejam calculados os efeitos da introdução de uma ou mais superfícies entre as superfícies em análise. Ou seja, é possível prever o efeito de sombra ocasionado por superfícies intermediárias. Maiores detalhes sobre este tipo de cálculo encontram-se no apêndice B.

Os resultados obtidos com o FATFOR, para os tipos mais comuns de geometrias, encontram-se no apêndice C. Nota-se que o erro médio obtido para o tipo de configuração é função do número de subdivisões das áreas. Deve-se destacar que com um reduzido número de elementos consegue-se bons resultados.

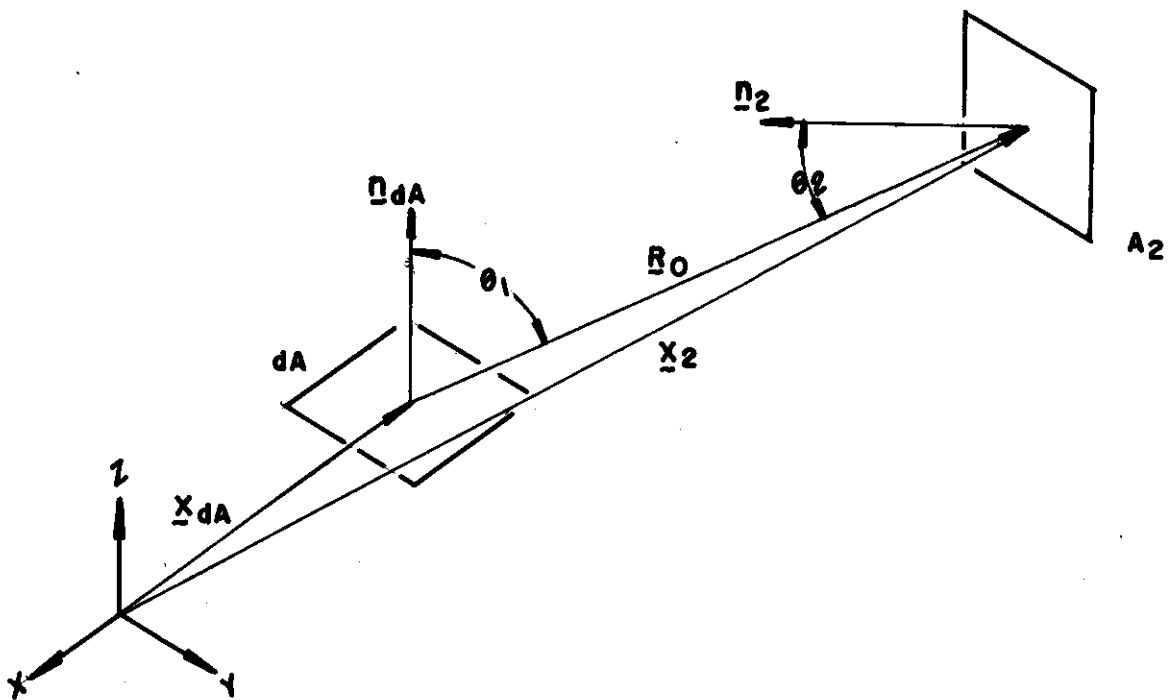


FIG. II.2

II.5 - EQUAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A grande maioria dos problemas de transferência de calor de interesse prático em engenharia consiste na determinação do campo de temperatura no interior de meios estruturais, sólidos, onde o processo predominante é o de condução. Neste enfoque, o interesse nos processos de convecção e radiação limita-se à fronteira com o meio externo, caracterizando-se como forma de interação do corpo com meios

líquidos ou gasosos ou com superfícies que o aquecem por radiação, como é o caso de estruturas aero-espaciais, fornos ou prensas e laminadores.

Na determinação da distribuição da temperatura, ou de qualquer outra grandeza física, torna-se necessário estabelecer uma relação entre a grandeza, as propriedades e características do meio em análise e as condições de contorno que o cercam. Ao longo de todo este trabalho será assumido que o material estrutural caracteriza um meio contínuo, o que significa que ele não possui defeitos ou vazios.

Uma característica intrínseca aos meios contínuos é que todas as quantidades físicas, inclusive a temperatura, obedecem a uma única função contínua [1,9]. Isto significa que, em um corpo sólido, com ou sem geração interna de calor, e submetido a condições térmicas de contorno, um dado ponto em seu interior apresentará um valor único de temperatura, em um dado instante de tempo.

Para determinar esta função única, ou campo de temperatura, é necessário solucionar a equação de condução de calor [1,3,4,9]. Esta equação, obtida através de um balanço de energia térmica em um volume de controle, é dada por:

$$\rho C \frac{\partial T(\underline{r}, t)}{\partial t} = \nabla^2 [k \nabla T(\underline{r}, t)] + q_v(\underline{r}, t) \quad (II.13)$$

onde:

ρ = massa específica do meio

C = calor específico do meio

k = condutibilidade térmica

$T(\underline{r}, t)$ = temperatura no ponto, no instante de tempo t

\underline{r} = vetor posição

\underline{D} = operador gradiente

$q_v(\underline{r}, t)$ = quantidade de calor gerado no interior do volume

II.5.1 - Condições de Contorno e Iniciais

A solução da equação (II.13) obriga à determinação de algumas constantes, em função das condições iniciais e de contorno. Estas condições caracterizam o fenômeno físico representado pela expressão matemática, constituindo-se em elementos fundamentais na formulação do problema.

Condições Iniciais

No caso de problemas em regime permanente de transferência de calor, a variável tempo é eliminada em (II.13), que se torna:

$$\underline{D}^t [k \underline{D} T(\underline{r})] + Q_v(\underline{r}) = 0 \quad (II.14)$$

Neste caso, a distribuição de temperatura é constante ao longo do tempo, uma vez que a solução não depende desta variável, sendo influenciada apenas pelas condições de contorno.

Para problemas transientes, torna-se necessário especificar a distribuição da temperatura antes que o processo de transferência de calor tenha início. Esta determinação das condições iniciais de temperatura, é necessária devido a:

- i) do ponto de vista matemático, para caracterizar a solução parcial para a variável t , através da técnica de separação de variáveis,
- ii) do ponto de vista físico, para caracterizar a distribuição de temperatura inicial, que influenciará na distribuição ao longo do tempo.

Matematicamente, as condições iniciais de temperatura são da forma:

$$T(r,t) \Big|_{t=0} = T_o(r) \quad (II.15)$$

Condições de Contorno

As condições de contorno prescritas são necessárias tanto para regime permanente como transiente. Quatro tipos de condições de contorno podem ser encontradas:

i) Temperatura prescrita

É comum encontrar-se casos reais onde a temperatura da superfície do corpo é prescrita, em um ou mais pontos. Tendo em vista que a temperatura superficial pode ser fácil e precisamente medida através de termopares, termo-resistores ou

mesmo instrumentos óticos, este tipo de condição é bastante conveniente do ponto de vista prático.

A expressão matemática para este caso é:

$$T(r_s, t) \Big|_{r=r_{\text{superfície}}} = T_s(t) \quad (II.16)$$

ii) Fluxo de calor prescrito

Em algumas situações ocorre da superfície do corpo estar sujeita a fontes de calor, caracterizando uma situação de fluxo prescrito de calor na fronteira. Constituem exemplos comuns deste caso os processos de soldagem usuais e o aquecimento por fontes de radiação solar atingindo a superfície terrestre.

A expressão matemática para esta situação é obtida aplicando-se a lei de Fourier definida em (II.1), na forma:

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial n_i} \Big|_{r=r_s} = - \frac{1}{k} q_s(r_s, t) \quad (II.17)$$

onde $\frac{\partial}{\partial n_i}$ = derivação em relação à normal à superfície.

iii) Fluxo de calor por convecção

A maioria das situações envolve trocas de calor por convecção no contorno, quer seja com a atmosfera, água do mar, ou outros tipos de fluidos. Uma vez que os mecanismos de troca de calor por condução e convecção são diferentes, torna-se necessária uma composição entre os dois processos.

O fluxo de calor (q_s) na fronteira pode ser expresso no meio sólido segundo a Lei de Fourier como:

$$q_s = -k \left. \frac{\partial T(r_s, t)}{\partial n} \right|_{r=r_s} \quad (II.18)$$

Uma vez que a fronteira pode ser tornada tão delgada quanto se deseje, assume-se que não há armazenamento de calor neste local. Portanto, o mesmo fluxo de calor (q_s) é expresso no meio fluido através da lei de Newton como sendo:

$$q_s = h [T(r_s, t) - T_\infty] \quad (II.19)$$

onde T_∞ = temperatura do meio fluido

Igualando-se (II.18) e (II.19) obtém-se a expressão que caracteriza o fluxo de calor por convecção no contorno:

$$\left. \frac{\partial T(r_s, t)}{\partial n} \right|_{r=r_s} + \frac{h}{k} T(r_s, t) = \frac{h}{k} T_\infty$$

iv) Fluxo de calor por radiação

A equação que governa a troca de calor por radiação é dada por :

$$q_s = F_{12} \epsilon(T) \sigma (T^4(r_s, t) - T_\infty^4) \quad (II.20)$$

Uma vez que esta expressão envolve temperaturas elevadas à 4ª potência, haveria complicações sérias se a

introduzíssemos, desta forma, na equação (II.13). Entretanto, esta equação pode ser convenientemente expressa na forma:

$$q_s = F_{12} h_r (T(r_s, t) - t_\infty) \quad (II.21)$$

$$\text{onde } h_r(T) = \varepsilon(T) \tau (T^2(r_s, t) + T_\infty^2) \quad (II.22)$$

A forma da equação (II.21) permite que esta seja tratada da mesma maneira que [II.19] no ítem anterior, resultando em expressão análoga a (II.20).

II.6 - FORMULAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA CONDUÇÃO

O método de elementos finitos é completamente geral com respeito à geometria e às propriedades do material. A técnica de discretização do método é empregada para reduzir a solução contínua espacial da equação (II.13) a um número finito de incógnitas. As condições iniciais e de contorno podem ser especificadas em qualquer ponto do domínio.

A formulação integral do problema de condução de calor a partir da equação (II.13) pode ser deduzida através de dois métodos: Método dos Resíduos Ponderados de Galerkin e um Princípio Variacional. Neste trabalho será apresentado, de maneira resumida, a obtenção através do processo variacional, utilizando o método de Rayleigh-Ritz. Informações adicionais sobre este desenvolvimento ou sobre o dos Resíduos Ponderados podem ser obtidas nas referências [9, 11 a 14].

A figura (II.3) ilustra o problema, descrito pela equação (II.13)

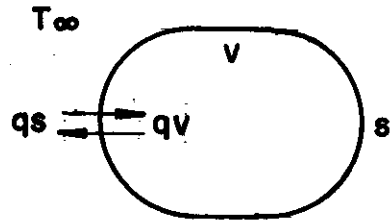


FIG.II.3

O funcional que representa este problema é o seguinte [1,9,14,15]:

$$F(T) = \frac{1}{2} \int_V [\rho C T^2 + (\underline{D} T)^t \underline{k}_\ell \underline{D} T - 2q_v T - 2\rho C T_0 T](\underline{r}, t) dv + \int_S [q_s n T](\underline{r}, t) ds \quad (II.23)$$

onde

v = volume do meio contínuo

s = contorno

\underline{k}_ℓ = matriz de condutividade térmica

n = cosseno diretor da normal à superfície S

O funcional (II.23) é do tipo

$$F(T) = \int I(T, T_{\underline{r}}, \underline{r}) dv + \int I(T, \underline{r}) ds$$

A 1ª variação deste tipo de funcional é dada por [13]:

$$\delta F = \int_V \left[\frac{\partial I}{\partial T} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial I}{\partial T_r} \right) \right] \delta T \, dv + \frac{\partial I}{\partial T_r} \delta T \Big|_S +$$

$$\int_S \frac{\partial I}{\partial T} \delta T \, dt = 0 \quad (II.24)$$

Substituindo-se os termos de (II.23) em (II.24) obtém-se:

$$\delta F = \int_V [\rho C T - q_v - \rho C T_o - D^t (K_e D T)] \delta T \, dv +$$

$$K_e D T + \int_S q_s n \delta T \, ds \quad (II.25)$$

Aplica-se então o teorema de Green na última parcela desta equação, de forma a transformar uma integral de superfície em integral no volume. A equação (II.25) torna-se:

$$\delta F = \int_V [\rho C T - q_v - \rho C T_o - D^t (K_\ell D T)] \delta T \, dv +$$

$$(K_\ell D T + q_s) \delta T = 0 \quad (II.26)$$

Tem-se então as seguintes equações:

$$\rho C (T - T_o) - D^t (K_e D T) = 0 \quad (II.27)$$

$$K_e D T + q_s = 0 \quad (II.28)$$

Usando o fato que:

$$\int_0^t \rho C \dot{T}(r, \tau) \, d\tau = \rho C [T(r, \tau) - T_o(r)] \quad (II.29)$$

Derivando (II.29) em relação a τ e substituindo em (II.27) tem-se:

$$\rho C \dot{T} - \underline{D}^t (\underline{K}_e \underline{D} T) = q_v \quad (II.30)$$

$$\underline{K}_e \underline{D} T + q_s = 0 \quad (II.28)$$

.30.

A equação (II.30) corresponde à (II.13), caracterizando, portanto, o fenômeno da transferência transiente, enquanto que (II.28) representa as condições de contorno do problema.

A obtenção da solução aproximada pelo MEF é realizada introduzindo funções de interpolação que permitam calcular a temperatura em qualquer ponto no interior do elemento em função das temperaturas nodais:

$$T(\underline{r}, t) = N(\underline{r}) \underline{T}_n(t) \quad (II.31)$$

onde $N(\underline{r})$ = vetor das funções de interpolação

$\underline{T}_n(\underline{r})$ = vetor das temperaturas nodais

Substituindo (II.31) em (II.23) tem-se:

$$F(T) = \int_V \left[\frac{1}{2} \rho C \underline{T}_n^t \underline{N}^t \underline{N} \underline{T}_n + \frac{1}{2} \underline{T}_n (\underline{D} \underline{N})^t (\underline{D} \underline{N}) \underline{K}_e \underline{T}_n - \underline{T}_n^t q_v \underline{N}^t - \underline{T}_n^t \rho C \underline{N}^t \underline{N} \underline{T}_0 \right] dV + \int_S \underline{T}_n^t \underline{N}^t q_s n dS \quad (II.32)$$

Define-se para cada elemento:

$$\underline{C}_e = \int_V \rho \underline{C} \underline{N}^t \underline{N} \, dV \quad (II.33a)$$

$$\underline{K}_e = \int_V (\underline{D} \underline{N})^t \underline{K}_e (\underline{D} \underline{N}) \, dV \quad (II.33b)$$

$$\underline{Q}_e = \int_V q_v \underline{N}^t \, dV - \int_S q_s n \underline{N}^t \, dS \quad (II.33c)$$

Substituindo as eq. (II.33) no funcional definido em (II.32) e calculando-se a primeira diferenciação deste tem-se:

$$\underline{C}_e \dot{\underline{T}}_n + \underline{K}_e \underline{T}_n = \underline{Q}_e \quad (II.34)$$

Adicionando-se as condições de contorno por convecção e radiação ao problema, torna-se necessário introduzir no contorno as seguintes expressões:

$$\text{Convecção: } \int_S \left[h \left(\frac{1}{2} T - T_{oo} \right) T \right] (\underline{r}, t) \, dS \quad (II.35)$$

$$\text{Radiação: } \int_S \left[F h_r \left(\frac{1}{2} T - T_r \right) T \right] (\underline{r}, t) \, dS \quad (II.36)$$

As matrizes definidas em (II.33) tornam-se:

$$\underline{C}_e = \text{não se altera}$$

$$\underline{K}_e = \int_V (\underline{D} \underline{N})^t \underline{K}_e (\underline{D} \underline{N}) \, dV + \int_S h \underline{N}^t \underline{N} \, dS + \int_S F h_r \underline{N}^t \underline{N} \, dS$$

$$\begin{aligned} \underline{Q}_e = & \int_V q_v \underline{N}^t \, dV - \int_S q_s n \underline{N}^t \, dS + \int_S \underline{N}^t h T_{oo} \, dS + \\ & + \int_S \underline{N}^t h_r F T_r \, dS \end{aligned} \quad (II.37)$$

Portanto, o sistema de equações diferenciais de condução de calor, obtido a partir da formulação de elementos finitos é representado por:

$$\underline{C}_e \dot{\underline{T}}_n + \underline{K}_e \underline{T}_n = \underline{Q}_e \quad (II.38)$$

A estrutura completa é analisada através da montagem das matrizes globais, resultante da contribuição de cada elemento. Nesta montagem utiliza-se a matriz de montagem de Boole [9], "a" que define a relação entre os "n" graus de liberdade da estrutura e "m" graus do elemento. Desta forma:

$$\underline{T}_{(m \times 1)} = \underline{a}_{(m \times n)} \underline{T}_{(n \times 1)} \quad (II.39)$$

O problema da condução é regido pela equação:

$$\underline{C} \dot{\underline{T}} + \underline{K} \underline{T} = \underline{Q} \quad (II.40)$$

onde as matrizes globais são definidas por:

$$\underline{C} = \sum_e \underline{a}^t \underline{C}_e \underline{a}$$

$$\underline{K} = \sum_e \underline{a}^t \underline{K}_e \underline{a} \quad (II.41)$$

$$\underline{Q} = \sum_e \underline{a} \underline{Q}_e$$

CAPÍTULO III - ANÁLISE TERMO-ELASTO-PLASTICA

III.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo básico da maioria das análises em engenharia é determinar o nível de solicitação a que um componente está sujeito. Muitas vezes, a complexidade dos carregamentos, da geometria da peça ou mesmo o comportamento do material face as condições de trabalho tornam esta análise impossível de ser realizada pelos métodos clássicos, sendo necessário empregar outros procedimentos de cálculo.

O método de Elementos Finitos é, atualmente, a mais poderosa ferramenta de análise de tensões. Permite considerar, com precisão, os mais variados tipos de carregamento, condições de apoio, geometria do corpo e comportamento do material.

Ao longo deste capítulo serão apresentados alguns aspectos da análise termo-elasto-plástica, com não linearidade do material face à taxa de deformação e à variação de temperatura. A abordagem das teorias envolvidas limitou-se àquelas que foram empregadas no programa objeto deste trabalho.

III.2 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O modelo matemático desenvolvido neste capítulo

baseia-se nas seguintes hipóteses:

- i) O material é considerado contínuo. Os efeitos gerados por vazios ou defeitos não serão considerados.
- ii) O material é isotrópico, ou seja, apresenta as mesmas propriedades em todas as direções.
- iii) O material exibe as mesmas propriedades tracionado ou comprimido.
- iv) O material se comporta segundo a teoria de Von Mises.

III.3- MODELO MATEMÁTICO

O comportamento de um corpo sólido, em equilíbrio, submetido a um carregamento externo pode ser previsto através das seguintes equações:

a) Determinação dos Deslocamentos

$$\underline{K} [\Delta \underline{U}] = \underline{F} \quad (\text{III.1})$$

onde:

\underline{K} = matriz de rigidez da estrutura

\underline{F} = matriz que representa os carregamentos

$\Delta \underline{U}$ = matriz de deslocamentos face ao carregamento aplicado

b) Determinação das deformações

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} [u_{i,j} + u_{j,i}] \quad i=1,2,3 \text{ e } j=1,2,3 \quad (\text{III.2a})$$

$$\text{ou } \underline{\varepsilon} = \underline{B} \Delta \underline{U} \quad (\text{III.2b})$$

onde

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \text{derivada parcial do deslocamento na direção } i \text{ em relação à coordenada na direção } j$$

\underline{B} = matriz que contém os operadores diferenciais

c) Determinação das tensões - Equação Constitutiva

$$\underline{\sigma} = \underline{C} \underline{\varepsilon} \quad (\text{III.3})$$

onde:

$\underline{\sigma}$ = matriz das tensões

\underline{C} = matriz que representa as relações tensão deformação.

Os valores de tensão e deformação calculados a partir das equações (II.2) e (II.3) devem, para validar o modelo, obedecer às seguintes equações:

i) Equação de Compatibilidade:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_j}{\partial x_i^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{III.4})$$

(S) é calculada sem considerar-se a redução de seção no corpo de prova. A tensão (σ) obtida através da curva tracejada (σ vs ϵ) leva em consideração esta redução e representa a tensão real que atua no corpo de prova.

III.4 - REGIME ELÁSTICO

Conforme pode ser observado na figura III.1, o trecho até o ponto A caracteriza uma relação perfeitamente linear entre tensão e deformação. Quando o corpo é deformado dentro deste limite, uma vez retirado o carregamento, ocorre o retorno às suas dimensões originais.

Este comportamento caracteriza o regime elástico do material, que pode ser linear ou não linear.

III.4.1 - Regime Linear

Neste regime, as matrizes \underline{K} e \underline{C} , nas equações (III.1) e (III.3) são constantes. A matriz \underline{K} depende das propriedades do material e das características geométricas do corpo em estudo. A relação entre tensão e deformação, representada pela matriz \underline{C} , é denominada neste caso, lei de Hooke e pode ser escrita por:

$$\sigma = \underline{C}_e \epsilon \quad (III.6a)$$

ou, em notação indicial:

$$\sigma_{i,j} = \frac{E}{(1 + \nu)} \left[\varepsilon_{i,j} + \frac{\nu}{(1 - 2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{i,j} \right] \quad (\text{III.6})$$

onde

\tilde{C}_e = matriz constitutiva elástica

E = módulo de Young ou de Elasticidade longitudinal

ν = coeficiente de Poisson

$\delta_{i,j}$ = delta de Kronecker $\begin{cases} =1 & \text{para } i = j \\ =0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$

Ao longo deste trabalho, a matriz \tilde{C} para regime elástico será chamada de \tilde{C}_e .

III.4.2 - Regime Não-Linear

O comportamento não-linear elástico de um corpo pode ser causado por variações de suas propriedades mecânicas ou por deformações excessivas, caracterizando uma não-linearidade geométrica. De uma maneira simplificada, as seguintes considerações podem ser feitas:

i) Não-linearidade do material

Este tipo de não-linearidade advém do fato que as propriedade mecânicas do material variam com a temperatura (T) e a taxa de deformação ($\dot{\varepsilon}$). A relação entre σ e ε , embora não-linear no sentido global, pode ser obtida com boa aproximação se considerarmos que, para pequenos incrementos de deformação, a teoria linear de elasticidade seja utilizada.

O valor deste incremento de deformação é calculado como sendo:

$$\delta \underline{\varepsilon} = \delta \underline{\varepsilon}_e + \delta \underline{\varepsilon}_{e,T} + \delta \underline{\varepsilon}_{e,\dot{\varepsilon}} + \delta \underline{\varepsilon}_T \quad (\text{III.7})$$

onde:

$$\delta \underline{\varepsilon}_e = \underline{C}_e^{-1} \delta \underline{\sigma} \quad (\Rightarrow) \quad \text{incremento devido as deformações elásticas} \quad (\text{III.7.a})$$

$$\delta \underline{\varepsilon}_{e,T} = \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial T} \underline{\sigma} \delta T \quad (\Rightarrow) \quad \text{incremento devido a variação das propriedades do material em função da temperatura} \quad (\text{III.7.b})$$

$$\delta \underline{\varepsilon}_{e,\dot{\varepsilon}} = \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial \dot{\varepsilon}} \underline{\sigma} \delta \dot{\varepsilon} \quad (\Rightarrow) \quad \text{incremento devido a variação das propriedades do material em função da taxa de deformação} \quad (\text{III.7.c})$$

$$\delta \underline{\varepsilon}_T = \underline{\alpha} \Delta T \quad (\Rightarrow) \quad \text{incremento devido à dilatação térmica} \quad (\text{III.7.d})$$

$\underline{\alpha}$ = matriz de condutividade térmica.

Do ponto de vista funcional, a equação (III.7) pode ser escrita por:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon} (\underline{\sigma} , T , \underline{C}_e^{-1} (T , \dot{\varepsilon})) \quad (\text{III.8})$$

Aplicando a regra da cadeia a (III.8) e substituindo as

equações (III.7), obtém-se a equação constitutiva para sólidos elásticos com não-linearidade de material, que é expressa por:

$$\delta \sigma = C_e(T, \varepsilon) \left\{ \delta \varepsilon - \left[\alpha \delta T + \left(\frac{\partial C_e^{-1}(T, \varepsilon^0)}{\partial T} \delta T + \frac{\partial C_e^{-1}(T, \varepsilon^0)}{\partial \varepsilon^0} \delta \varepsilon^0 \right) \alpha \right] \right\} \quad (III.9)$$

ii) Não-linearidade geométrica

Para alguns materiais, sujeitos a grandes deformações, é necessário considerar as componentes rotacionais no cálculo das deformações. A equação (III.2.a) torna-se então:

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (III.10)$$

No presente trabalho os efeitos devidos à não-linearidade geométrica não são considerados.

III.5 - REGIME PLÁSTICO

O comportamento plástico de um material caracteriza-se por uma deformação residual permanente, após retirado o carregamento. O limite entre os regimes plástico e elástico é dado pela tensão de escoamento que, por convenção, é a tensão gerada no ensaio de tração uniaxial que resulta em deformação residual de 0.2%; na figura III.1 esta tensão é representada

no ponto C.

No caso de estado multi-axial de tensões é necessário definir um critério que permita relacionar o campo de tensões ao obtido no ensaio uni-axial. Há vários critérios propostos para este fim, conforme pode ser visto nas referências [16,18], como o da máxima tensão principal (Critério de Rankine), o da máxima tensão cisalhante (Critério de Tresca), da energia de distorção (Critério de Von Mises - Huber - Hencky) e outros mais.

O Critério de Von Mises é o que melhor representa o comportamento de materiais dúteis. Este será o critério utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

III.5.1- Critério de Von Mises

A expressão matemática é dada por:

$$\sigma_{eq} = \sigma_y = \sqrt{3} \sigma_s \quad (III.11)$$

onde:

σ_y = tensão de escoamento obtida no ensaio de tração

σ_s = tensão de escoamento para cisalhamento puro

σ_{eq} = tensão equivalente do estado multi-axial, dada por:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{1/2} \quad (III.12)$$

onde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = tensões principais

Utilizando componentes cartesianos de tensão, a equação (III.12) torna-se

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2) \right]^{1/2}$$

De forma semelhante à tensão equivalente, define-se a deformação equivalente (ϵ_{eq}), dada por:

$$\epsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 \right]^{1/2} \quad (III.13)$$

onde $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ = deformações principais

III.5.2 - Aproximação da Curva Tensão-Deformação

A figura (III.2) representa as curvas tensão-deformação para os estados uni e multi-axial de tensão.

i) Estado Uni-axial

Durante a fase elástica, a rigidez do material é constante, sendo representada pelo módulo de elasticidade longitudinal E (fig III.2(a)). Quando o material ultrapassa este limite, esta propriedade apresenta uma variação, caracterizada por uma mudança na inclinação da curva ($\sigma \times \epsilon$).

Para representar este comportamento utiliza-se equações

como a de Ramberg-Osgood ou de Richard e Blacklock. Neste trabalho será utilizado a expressão proposta por Hsu e Bertels [1], que estabelece que:

$$\sigma = \frac{E \varepsilon}{\left\{ 1 + \left[\frac{E \varepsilon}{(1-E_p/E) \sigma_k + E_p \varepsilon} \right]^n \right\}} \quad (\text{III.14})$$

onde:

E = módulo de elasticidade no comportamento elástico

E_p = módulo de elasticidade no comportamento perfeitamente plástico.

σ_k = tensão na interseção entre as tangentes às curvas elástica e plástica

n = expoente de tensão $\approx \frac{\ln 2}{\ln (\sigma_k / \sigma_y)}$

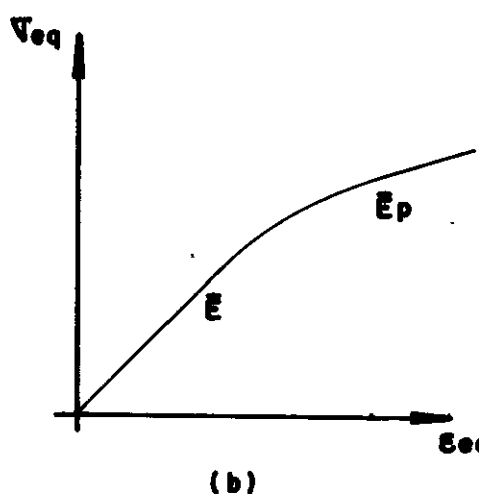
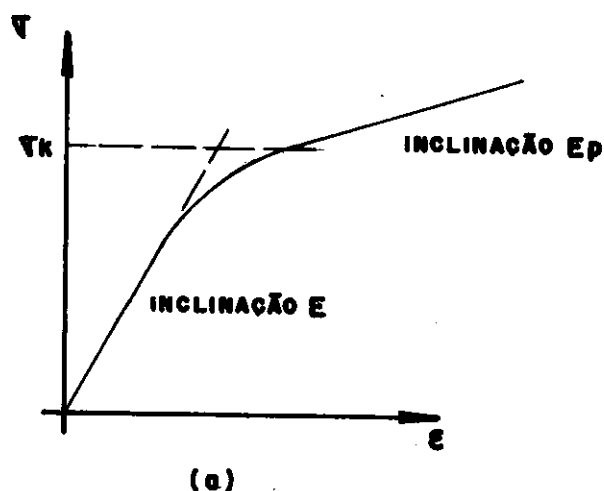


FIG. III.2 - CURVA $\sigma \times \varepsilon$: a) ESTADO UNI-AXIAL; b) ESTADO MULTI-AXIAL

ii) Estado Multi-axial

Para considerar os efeitos de carregamento multi-axiais (Fig. III.2 (b)), é necessário modificar as propriedades do material (E, E_p) obtidas no ensaio uni-axial. Esta modificação é dada [1] por:

$$\bar{E} = 3 E / [2 (1+\nu)] = 3 G \quad (\text{III.15.a})$$

$$\bar{E}_p = 3 E_p / \left[3 - \frac{(1-2\nu)E_p}{E} \right] \quad (\text{III.15.b})$$

Substituindo \bar{E} e \bar{E}_p obtém-se a representação da curva para estado multi-axial de tensões.

III.5.3 - Função Potencial

A tensão de escoamento de um material, é função da temperatura, do grau de encruamento que este tenha sofrido e do estado de tensões, em relação ao ensaio uni-axial. Desta forma, a expressão para representar a função de escoamento é dado por:

$$F = F(\alpha, K, T, \dot{\epsilon}_{eq}^0) \quad (\text{III.16})$$

onde:

K = parâmetro de encruamento, relacionada a energia retirada pelo material.

$\dot{\epsilon}_{eq}^0$ = taxa de deformação equivalente

III.5.4 - Encruamento (Endurecimento)

O encruamento ("hardening") representa [16,19] um aumento da tensão de escoamento e da dureza superficial do material, com redução da ductilidade e tenacidade. É obtido quando o material é carregado a frio além da tensão de escoamento.

Dois tipos de abordagem para simular o encruamento são normalmente utilizados: a isotrópica e a cinemática

III.5.4.1 - Encruamento Isotrópico

O princípio do encruamento isotrópico de um material está ilustrado na figura III.3, que representa a superfície de escoamento no espaço das tensões.

Neste tipo de encruamento ocorre uma expansão uniforme da curva, ou superfície, de escoamento, em torno de um centro O, fixo. Os limites de resistência do material acima e abaixo deste ponto O expandem-se da mesma maneira, ou seja, há aumento da resistência a tração e compressão.

Função Potencial Plástica

Para um material encruado isotropicamente que se comporte segundo a teoria de Von Mises, e supondo constante as demais variáveis, a equação (III.16) pode ser escrita por:

$$F(\sigma_{i,j}) = 1/3 \sigma_{eq}^2 - 1/3 \sigma_y^2 \quad (III.17)$$

$$\text{ou } F(\sigma'_{i,j}) = J_2 - \sigma_s^2$$

onde J_2 = segundo invariante das tensões desviatórias

$$J_2 = 1/2 \sigma'_{i,j} \sigma'_{i,j} = 1/2 (\sigma'^2_{xx} + \sigma'^2_{yy} + \sigma'^2_{zz}) + \sigma'^2_{xy} + \sigma'^2_{yz} + \sigma'^2_{xz} \quad (\text{III.18})$$

onde

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} [1/3 (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] = \text{tensão desviatória} \quad (\text{III.19})$$

De (III.17) nota-se que:

- i) se $dF(\sigma'_{ij}) = 0 \rightarrow$ inicia-se a deformação plástica
- ii) considerando-se a capacidade de encruamento do material, para que ocorra deformação plástica posterior é necessário que $dF(\sigma'_{ij}) > 0$.

$$\text{iii) } \frac{\partial F(\sigma'_{ij})}{\partial \sigma'_{ij}} = \sigma'_{ij} \quad (\text{III.23.a})$$

Relação $\tilde{\text{Praudl-Reuss}}$

Aplicando pequenos incrementos na deformação plástica, pode-se admitir [1] que estes incrementos sejam diretamente proporcionais às variações de tensão. Considerando que variações de tensão significam variações da função potencial, no espaço das tensões, pode-se escrever:

$$d\varepsilon^p_{ij} = d\lambda \frac{\partial F(\sigma'_{ij})}{\partial \sigma'_{ij}} = d\lambda \sigma'_{ij} \quad (\text{III.20})$$

onde:

ϵ_{ij}^p = deformação plástica

$d\lambda$ = constante de proporcionalidade

O objetivo da análise é determinar a expressão que permite calcular a equação que relacione tensão com deformação neste regime.

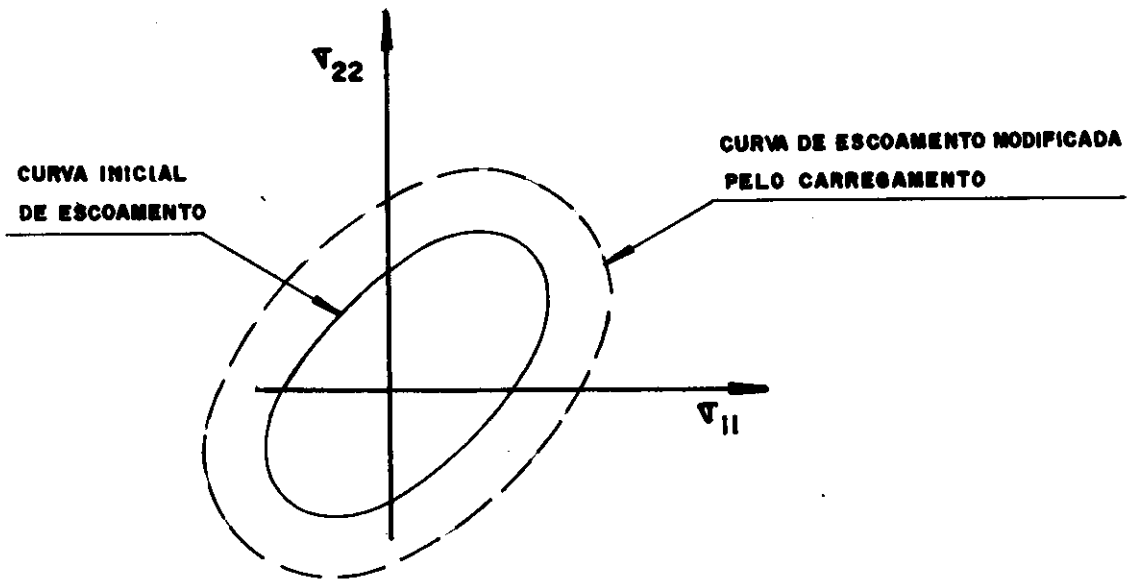


FIG. III.3- SUPERFÍCIE DE CARREGAMENTO BI-AXIAL PARA ENCRUAMENTO ISOTRÓPICO

Equações Constitutivas para Análise Termo-elasto-plástica com Encruamento Isotrópico

Ao longo deste desenvolvimento, as seguintes hipóteses serão adotadas:

- i) os incrementos de deformação plástica são linearmente

proporcionais aos incrementos de tensão.

- ii) A superfície (curva) de carregamento no espaço das tensões, é convexa em relação à origem, conforme mostrado na fig. (III.3).

De forma semelhante à equação III.7, pode-se considerar:

$$\delta \varepsilon_{ij} = \delta \varepsilon_{ij}^e + \delta \varepsilon_{ij}^p \quad (\text{III.21a})$$

onde:

ε_{ij} = deformação total

ε_{ij}^e = deformação elástica

ε_{ij}^p = deformação plástica

ou

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon^e + \delta \varepsilon_{\sigma, T} + \delta \varepsilon_{\sigma, \varepsilon} + \delta \varepsilon_T + \delta \varepsilon^p \quad (\text{III.21})$$

O incremento plástico ($\delta \varepsilon^p$) em (III.21) pode ser calculado por (III.20). Aplicando-se a regra da cadeia a equação (III.16) obtém-se:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^T d\sigma + \frac{\partial F}{\partial k} dk + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \quad (\text{III.22})$$

Uma vez que o encruamento é função da quantidade de deformação residual (plástica), tem-se:

$$\frac{\partial F}{\partial k} dk = \frac{\partial F}{\partial k} \left[\frac{\partial k}{\partial \varepsilon_p} \right]^T d\varepsilon_p \quad (\text{III.23})$$

A condição de equilíbrio durante a deformação plástica

incremental implica que a variação de energia seja estacionária, o que leva [1] a:

$$dF \equiv 0 \quad (III.24)$$

Explicitando $\underline{\varepsilon}_e$ na equação (III.21), substituindo em (III.6) obtém-se

$$d\underline{\sigma} = \underline{C}_e (d\underline{\varepsilon} - d\underline{\varepsilon}_T - d\underline{\varepsilon}_{e,T} - d\underline{\varepsilon}_{e,\dot{\varepsilon}} - d\underline{\varepsilon}_p) \quad (III.25)$$

Substituindo (III.20), (III.23) e (III.25) em (III.24) tem-se:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] \underline{C}_e (d\underline{\varepsilon} - d\underline{\varepsilon}_T - d\underline{\varepsilon}_{e,T} - d\underline{\varepsilon}_{e,\dot{\varepsilon}} - d\underline{\varepsilon}_p) + \frac{\partial F}{\partial k} \left[\frac{\partial k}{\partial \varepsilon_p} \right]^T \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma'} \right] d\lambda + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varepsilon}} d\dot{\varepsilon} \equiv 0 \quad (III.26)$$

Define-se a matriz de plasticidade \underline{C}_p como sendo

$$\underline{C}_p = \frac{1}{s} \underline{C}_e \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^T \underline{C}_e = \frac{1}{s} \underline{C}_e \underline{\sigma}' \underline{\sigma}'^T \underline{C}_e \quad (III.27)$$

onde:

$$s = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right]^T \underline{C}_e \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] - \frac{\partial F}{\partial k} \left[\frac{\partial k}{\partial \varepsilon_p} \right]^T \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] \quad (III.28)$$

Definire-se a matriz elastoplástica \underline{C}_{ep} como sendo:

$$\underline{C}_{ep} = \underline{C}_e - \underline{C}_p \quad (III.29)$$

Explicitando $d\sigma$ em (III.26) e substituindo (III.7a,b,c,d), (III.27), (III.28) e (III.29), obtem-se a equação constitutiva para termo-elasto-plasticidade:

$$d\sigma = \tilde{C}_{ep} d\varepsilon - \tilde{C}_{ep} \left[\alpha dT + \frac{\partial \tilde{C}_e^{-1}}{\partial T} \alpha dT + \frac{\partial \tilde{C}_e^{-1}}{\partial \varepsilon^o} \alpha d\varepsilon^o \right] - \frac{\tilde{C}_e \alpha}{s} \left[\frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^o} d\varepsilon^o \right] \quad (III.30)$$

Determinação da matriz \tilde{C}_{ep}

Durante a deformação plástica de um sólido, prova-se [1] que:

$$\tilde{C}_e = 2G \quad (III.31)$$

Substituindo (III.31) em (III.27) obtem-se

$$\tilde{C}_p = \frac{1}{s} 4 G^2 \alpha' \alpha'^T \quad (III.32)$$

O valor de (s) pode ser obtido de (III.28) aplicando-se (III.23a) e (III.31):

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] \tilde{C}_e \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] = \alpha'^T \tilde{C}_e \alpha' = 4G/3 \sigma_{eq}^2 \quad (III.33)$$

O parâmetro K representa o trabalho plástico durante a deformação plástica. Portanto, K pode ser escrito em termos da variação da energia de deformação como sendo:

$$dK = \underline{\sigma}^T d\underline{\varepsilon}_p = \underline{\sigma}^T d\lambda \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] \quad (\text{III.34})$$

O que leva a:

$$\frac{\partial F}{\partial k} = \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{1}{3} \underline{\sigma}_{eq}^2 - \frac{1}{3} \sigma_y^2 \right) = - \frac{2}{3} \sigma_{eq} \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial k} \quad (\text{III.35})$$

$$\left[\frac{\partial K}{\partial \varepsilon_p} \right]^T = \underline{\sigma}^T \quad (\text{III.36})$$

Tem-se $dK = \sigma_{eq} d\varepsilon_{eqp}$, resultando em:

$$\frac{d\varepsilon_{eqp}}{dk} = \frac{1}{\sigma_{eq}}$$

E

$$\frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial k} = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \varepsilon_p} \frac{d\varepsilon_{eqp}}{dk} = \frac{H'}{\sigma_{eq}} \quad (\text{III.37})$$

onde $H' = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \varepsilon_{eq}} =$ módulo plástico do material no estado multi-axial de tensão

Substituindo (III.35), (III.36) e (III.37) no segundo termo de (III.28) obtém-se:

$$\frac{\partial F}{\partial k} \left[\frac{\partial k}{\partial \varepsilon_p} \right]^T \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right] = - \frac{2}{3} \sigma'_{eq} \frac{H'}{\sigma_{eq}} \underline{\sigma}^T \underline{\sigma} = - \frac{4}{9} \sigma_{eq}^2 H' \quad (\text{III.38})$$

Substituindo em (III.28) tem-se:

$$S = \frac{4}{9} \sigma_{eq}^2 (3G + H') \quad (\text{III.39})$$

Com (III.39) em (III.32) obtém-se:

$$\underline{C}_p = \frac{9 G^2}{(3G + H)} \underline{\sigma} \underline{\sigma}^T \quad (\text{III.40})$$

Determinação de H'

O termo H' é equivalente ao valor de E_p para o estado uni-axial. H' representa, para o estado multi-axial de tensões, a relação entre ε_{eq} e σ_{eq} conforme (III.37).

As equações (III.14) juntamente com (III.15) constituem uma boa aproximação para o comportamento do material. Desta forma, conforme pode ser visto na fig. III.2 tem-se:

$$d\varepsilon_{eq} = \frac{d\sigma_{eq}}{\bar{E}} \quad (\text{III.41.a})$$

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma_{eq}}{E_t} \quad (\text{III.41.b})$$

$$d\varepsilon_{eq} = \frac{d\sigma_{eq}}{H'} \quad (\text{III.41.c})$$

Substituindo as eq. (III.41) em (III.21.a) obtém-se

$$\frac{d\sigma_{eq}}{E_t} = \frac{d\sigma_{eq}}{\bar{E}} + \frac{d\sigma_{eq}}{H'}$$

o que leva a:

$$H' = \frac{\bar{E} E_t}{\bar{E} - E_t} \quad (III.42)$$

Onde o valor do módulo E_t pode ser obtido substituindo (III.14) e (III.15) em (III.41.b) fornecendo

$$E_t = \frac{\bar{E} \left\{ 1 + \left[\frac{\bar{E} \varepsilon_{eq}}{(1 - \bar{E}_p / \bar{E}) \sigma_K + \bar{E}_p \varepsilon_{eq}} \right]^{n+1} \frac{\bar{E}_p}{\bar{E}} \right\}}{\left\{ 1 + \left[\frac{\bar{E} \varepsilon_{eq}}{(1 - \bar{E}_p / \bar{E}) \sigma_K + \bar{E}_p \varepsilon_{eq}} \right]^n \right\}^{(n+1)/n}} \quad (III.43)$$

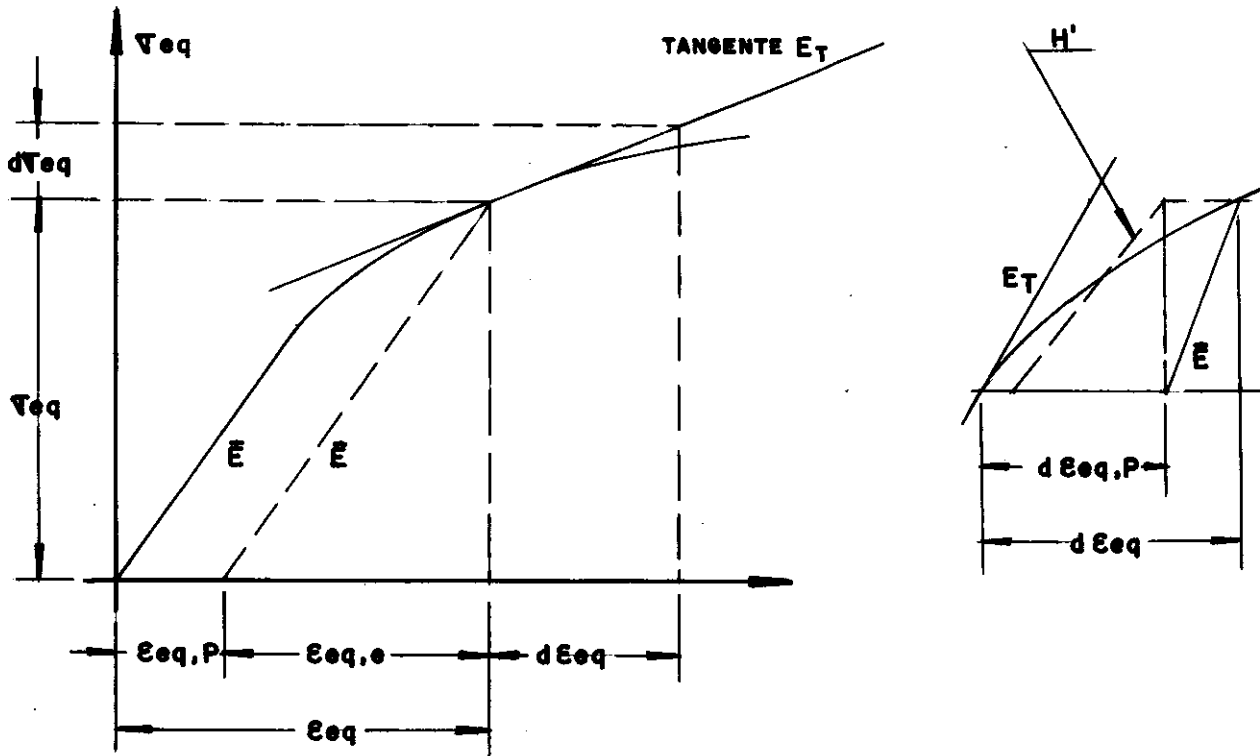


FIG. III.4 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO MÓDULO PLÁSTICO H'

A figura (III.4) ilustra a diferença entre as grandezas acima.

III.5.4.2 - Encruamento Cinemático

O princípio do encruamento cinemático, também conhecido como efeito Bauschinger, está ilustrado na figura III.5.

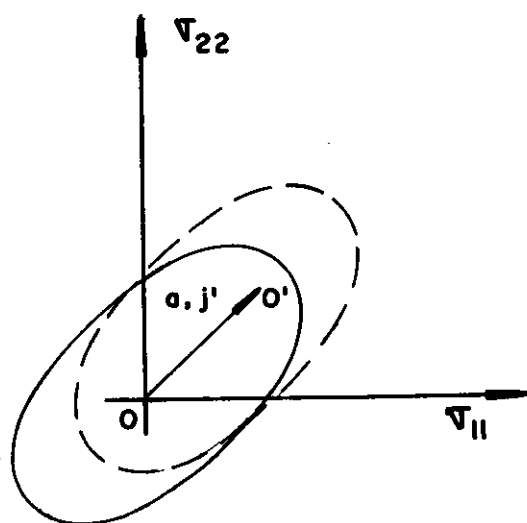


FIG. III.5 - SUPERFÍCIE DE CARREGAMENTO BI-AXIAL P/ ENCRUAMENTO CINEMÁTICO

Neste tipo de encruamento ocorre um aumento do limite de escoamento no sentido do carregamento (trativo ou compressivo), com redução deste limite no outro. Portanto a resistência em torno do ponto O se expande de forma anisotrópica, provocando um deslocamento do centro da elipse do ponto O para O' .

Formulação Matemática

A formulação matemática para representar o encruamento

cinemático, adotada neste trabalho, é a proposta por Prager e Ziegler [1]. Este modelo considera um deslocamento contínuo da superfície de escoamento durante carregamento plástico, no espaço representado pelas nove componentes de tensão, conforme representado na fig. III.5 para um estado bi-axial.

A consideração de condições não isotérmicas implica na dependência da curva $\sigma \times \epsilon$ frente a esta variável. Embora não haja [1,22] uma teoria de aceitação geral que permita considerar, simultaneamente, os efeitos térmicos e mecânicos, pode-se supor um forma de aproximação incremental.

Nesta aproximação utiliza-se o princípio de superposição de efeitos, de forma semelhante à empregada na eq. (III.21.) Este princípio está representado na figura III.6, supondo carregamento bi-axial.

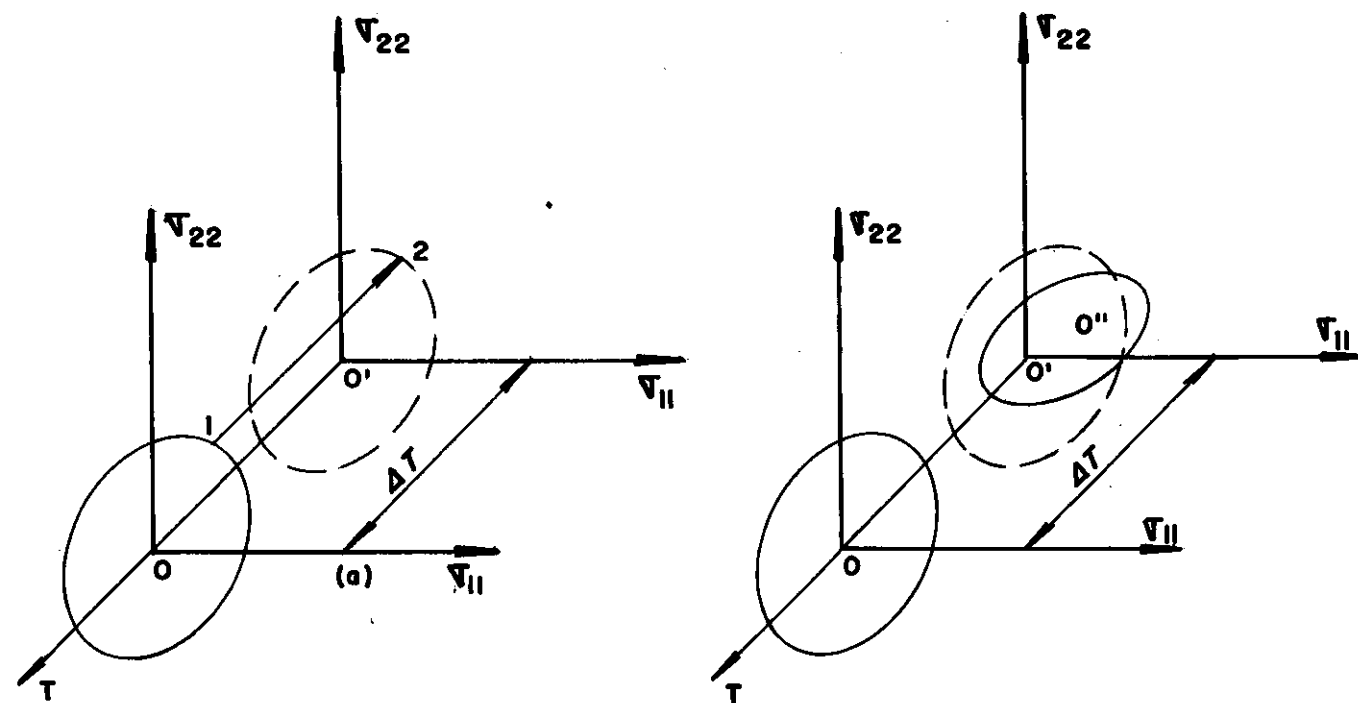


FIG.III.6 a) SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA

b) SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA E CARREGAM. MECÂNICO

Matematicamente, o deslocamento da superfície de escoamento em função do carregamento mecânico é dado por:

$$da_{ij} = d\mu (\sigma_{ij} - a_{ij}) \quad (III.44)$$

$$da_{ij} = C(T, \bar{\varepsilon}) d\varepsilon_{ij}^p \quad (III.45)$$

onde $d\mu > 0$ = multiplicador

$C(T, \bar{\varepsilon})$ = parâmetro do material

a_{ij} = deslocamento de 0 para 0' na fig. III.5

da_{ij} = incremento do deslocamento

A relação entre tensão e deformação no encruamento cinemático é dado por uma expressão semelhante a do encruamento isotrópico:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (III.20)$$

A diferença básica está na forma da função potencial que, neste caso é dada por:

$$F = F(\sigma_{ij}, a_{ij}, T, \bar{\varepsilon}) \quad (III.46)$$

Para considerar o efeito do deslocamento das superfícies de escoamento, define-se:

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - a_{ij} \quad (III.47)$$

$$\sigma_{eqi j}^* = \sigma_{ij}^* - 1/3 \delta_{ij} \sigma_{kk}^* \quad (III.48)$$

onde:

σ_{ij}^* = tensor das tensões transladadas

σ_{eqij}^* = tensões desviatórias transladadas

A função potencial torna-se:

$$F = 3/2 \sigma_{eqij}^* \sigma_{eqij}^* \quad (III.49)$$

O desenvolvimento das expressões para encruamento cinemático é semelhante ao realizado para isotrópico e encontra-se na referência [1]. Como resultado final tem-se as seguintes equações:

Equação Constitutiva

$$d\sigma = C_{ep} d\varepsilon - C_{ep} \left[\alpha dT + \frac{\partial C_e^{-1}}{\partial T} \sigma dT + \frac{\partial C_e^{-1}}{\partial \varepsilon^o} \sigma d\varepsilon^o \right] - \\ 1/S C_e \sigma_{eq}^* \left(\frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^o} d\varepsilon^o \right) \quad (III.50)$$

Matriz Elasto-plástica

$$C_{ep} = C_e - 6 C_e \sigma_{eq}^* \sigma_{eq}^{*T} C_e \cdot \frac{1}{S} \quad (III.51)$$

onde:

$$S = 6 \sigma_{eq}^* \sigma_{eq}^* C(T, \varepsilon^o) + 6 \sigma_{eq} C_e \sigma_{eq}^* \quad (III.52)$$

Incremento de Deformação Plástica

$$d\varepsilon_p = b \sigma_{eq} d\lambda \quad (III.53)$$

onde o fator de proporcionalidade $d\lambda$ é dado por:

$$d\lambda = \frac{1}{C(T, \varepsilon^o)} \left\{ \frac{b \sigma_{eq}^{*T} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^o} d\varepsilon^o}{3b \sigma_{eq}^{*T} \sigma_{eq}^{*T}} \right\} \quad (III.54)$$

Deslocamento da Superfície de Escoamento

$$da = \sigma_{ij}^* d\mu \quad (III.55)$$

onde o multiplicador $d\mu$ é dado por:

$$d\mu = \frac{b \sigma_{eq}^{*T} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon^o} d\varepsilon^o}{b \sigma_{eq}^{*T} \sigma_{eq}^{*T}} \quad (III.56)$$

O parâmetro $C(T, \varepsilon^o)$ representa a rigidez do material durante a deformação plástica, de forma semelhante a H' no encruamento isotrópico. A anisotropia observada no deslocamento da superfície de escoamento faz com que o valor de H' varie conforme a direção utilizada.

Define-se então o tensor H_{ij} no lugar de H' e, segundo [1], a seguinte função ponderadora deve ser utilizada:

$$\frac{1}{C(T, \varepsilon^o)} = \frac{1}{H_{ij}(T, \varepsilon^o)} \left[\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_v} \right] \quad (III.57)$$

onde:

$$\sigma_w = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_{ij}^2 + \delta_{ij} \sigma_{ij}^2 \right]^{1/2} \quad (\text{III.58})$$

$$H_{ij} = H (\sigma_{ij} / \sigma_v) \quad (\text{III.59})$$

onde H vem de (III.42)

III.6- FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE TERMO-ELASTO-PLÁSTICA

A hipótese de pequenos incrementos no regime plástico permite considerar uma relação linear entre tensão e deformação para pequenos incrementos de carga. Pode-se, portanto, utilizar a mesma formulação básica para os regimes linear elástico e não-linear termo-elasto-plástico. Desta forma, deslocamentos, deformações, tensões e demais grandezas serão tratadas como valores incrementais.

A formulação básica de Elementos Finitos estabelece que o deslocamento incremental $\Delta \underline{u}$ no elemento seja dado por:

$$\Delta \underline{u}(\underline{r}) = \underline{N}(\underline{r}) \Delta \underline{u} \quad (\text{III.60})$$

onde

\underline{r} = vetor posição

$\underline{N}(\underline{r})$ = função de interpolação (linear)

$\Delta \underline{u}$ = vetor deslocamento nos nós

Conforme (III.2) tem-se:

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}}(\underline{\underline{r}}) \Delta \underline{\underline{u}} \quad (\text{III.61})$$

As equações constitutivas são expressas de maneira incremental segundo:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}_{ep} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}' \quad (\text{III.62})$$

onde:

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}' = \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^T - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^o \quad (\text{incremento total das deformações}) \quad (\text{III.63a})$$

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^T = \underline{\underline{\alpha}} \Delta T + \frac{\partial \underline{\underline{C}}_e^{-1}}{\partial T} \underline{\underline{\alpha}} \Delta T + \frac{\delta \underline{\underline{C}}_e^{-1} \underline{\underline{C}}_e \underline{\underline{\alpha}}}{S} \frac{\partial F}{\partial T} \Delta T \quad (\text{III.63b})$$

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^o = \frac{\partial \underline{\underline{C}}_e^{-1}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\underline{\alpha}} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^o + \frac{\underline{\underline{C}}_{ep}^{-1} \underline{\underline{C}}_e \underline{\underline{\alpha}}}{\sigma} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^o \quad (\text{III.63c})$$

A determinação da matriz $\underline{\underline{k}}$ em III.1 é obtida através da minimização da energia. A expressão da energia total de um elemento deformável de volume V e superfície S em equilíbrio, resultante da aplicação de forças de corpo incrementais $\Delta \underline{\underline{b}}$ e de superfície $\Delta \underline{\underline{f}}$ é dada por:

$$\Delta \Pi = \Delta E_i + \Delta W \quad (\text{III.64})$$

onde:

$\Delta \Pi$ = energia total incremental

ΔE_i = energia interna incremental

ΔW = trabalho incremental feito sobre o elemento

A energia interna é dada por:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2} \int_V \Delta \underline{\varepsilon}^T \Delta \underline{\sigma} \, dv$$

Substituindo (III.62) e (III.63) tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \frac{1}{2} \Delta \underline{u}^T \left\{ \int_V \underline{B}^T \underline{C}_{ep} \underline{B} \, dv \right\} \Delta \underline{u} - \\ &- \Delta \underline{u}^T \left\{ \int_V \underline{B}^T \underline{C}_{ep} [\Delta \underline{\varepsilon}^T + \Delta \underline{\varepsilon}^0] \right\} dv + \quad (III.65) \\ &+ \frac{1}{2} \int_V [(\Delta \underline{\varepsilon}^T + \Delta \underline{\varepsilon}^0)^T \underline{C}_{ep} (\Delta \underline{\varepsilon}^T + \Delta \underline{\varepsilon}^0)] dv \end{aligned}$$

O trabalho é dado por

$$\Delta W = - \int_V \Delta \underline{u}^T \Delta \underline{b} \, dv - \int_S \Delta \underline{u}^T \Delta \underline{f} \, ds$$

Substituindo (III.60) tem-se

$$\Delta W = - \Delta \underline{u}^T \int_V \underline{N}^T \Delta \underline{b} \, dv - \Delta \underline{u}^T \int_S \underline{N}^T \Delta \underline{f} \, ds \quad (III.66)$$

Relembrando a hipótese de pequenos incrementos no regime plástico, obtem-se estado de equilíbrio em cada incremento. Desta forma, a minimização da energia total leva a:

$$\frac{\delta(\Delta \Pi)}{\delta(\Delta u)} = 0 \quad (III.67)$$

Substituindo (III.65) e (III.66) em (III.67) obtem-se:

$$\left\{ \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{C}}_{ep} \underline{\underline{B}} dv \right\} \underline{\underline{\Delta u}} - \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{C}}_{ep} [\underline{\underline{\Delta \varepsilon}}^T + \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}^o] dv -$$

$$\int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{\Delta b}} dv - \int_s \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{\Delta f}} ds = 0 \quad (\text{III.68})$$

A equação [III.68] pode ser re-arranjada, para cada elemento, conforme:

$$\underline{\underline{K}}_e \underline{\underline{\Delta u}} = \underline{\underline{\Delta R}}_e \quad (\text{III.69})$$

onde:

$\underline{\underline{K}}_e$ = matriz de rigidez elasto-plástica

$$\underline{\underline{K}}_e = \int_V \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{C}}_{ep} \underline{\underline{B}} dv \quad (\text{III.70})$$

$\underline{\underline{\Delta R}}_e$ = matriz incremental de cargas termomecânicas

$$\underline{\underline{\Delta R}}_e = \underline{\underline{\Delta F}}_T + \underline{\underline{\Delta F}}_M \quad (\text{III.71})$$

$\underline{\underline{\Delta F}}_M$ = matriz incremental das cargas mecânicas

$$\underline{\underline{\Delta F}}_M = \int_V \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{\Delta b}} dv + \int_s \underline{\underline{N}}^T \underline{\underline{\Delta f}} ds \quad (\text{III.72})$$

$\underline{\underline{\Delta F}}_T$ = matriz incremental que inclui os efeitos térmicos e da taxa de deformação, incluindo a variação das propriedades mecânicas.

$$\Delta F_T = \int_V \underline{B}(\underline{r})^T \underline{C}_{ep} \left\{ \underline{\alpha} \Delta T + \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial T} \underline{\alpha} \Delta T + \frac{\underline{C}_{ep}^{-1} \underline{C}_e \underline{\alpha}}{S} \frac{\partial F}{\partial T} \Delta T \right\} dV$$

$$+ \int_V \underline{B}(\underline{r})^T \underline{C}_{ep} \left\{ \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial \underline{\varepsilon}} \underline{\alpha} \Delta \underline{\varepsilon} + \frac{\underline{C}_{ep}^{-1} \underline{C}_e \underline{\alpha}}{S} \frac{\partial F}{\partial \underline{\varepsilon}} \Delta \underline{\varepsilon} \right\} dV$$

(III.73)

onde:

S está definido em (III.39) ou (III.52)

$\underline{\alpha} = \underline{\alpha}^*$ no caso de encruamento cinemático

A equação que representa o comportamento global da estrutura é dado por:

$$\underline{K} \Delta \underline{u} = \Delta \underline{R} \quad (III.74)$$

onde:

\underline{K} = matriz de rigidez global

$$\underline{K} = \sum_1^n \underline{K}_e, \quad n = n^o \text{ de elementos}$$

$\Delta \underline{R}$ = matriz global das forças incrementais

$$\Delta \underline{R} = \sum_1^n \Delta \underline{R}_e$$

CAPÍTULO IV - ANÁLISE DE FLUÊNCIA

IV.1 - INTRODUÇÃO

O efeito da distribuição de temperatura em um corpo sólido, sob o enfoque do nível de tensões e deformações presentes, deve ser considerado quanto aos seguintes aspectos:

- i) às tensões térmicas geradas no sólido devido às restrições à expansão ou contração naturais do material;
- ii) às tensões térmicas geradas pela não uniformidade da distribuição de temperatura;
- iii) à variação das propriedades mecânicas e térmicas do material;
- iv) à ocorrência de fluência do material, quando são atingidos determinados valores de temperatura.

No Capítulo II foram desenvolvidas as condições para prever, com exatidão, a distribuição de temperatura em um corpo sólido, considerando várias condições de contorno, para os regimes transiente e permanente de troca de calor. O estudo dos itens (i) a (iii) acima foi apresentado no Capítulo III, juntamente com o efeito da taxa de deformação na variação das propriedades do material.

Uma metodologia para análise do fenômeno da fluência é apresentada neste Capítulo. Embora haja um grande número de

pesquisas sendo desenvolvidas nesta área, conforme pode ser visto nas referências [24] e [25], com um correspondente número de equações para representá-lo, apenas a formulação empregada no programa será apresentada.

IV.2 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Pode-se definir fluência como sendo um processo onde a quantidade de deformação permanente acumulada pelo material depende, dentre outras variáveis, do tempo de aplicação de um carregamento mecânico. A intensidade da fluência é função, principalmente, do nível e estado de tensões e da temperatura do material.

A deformação por fluência torna-se significativa, para a maioria dos materiais, em temperaturas acima de 40 a 50% da temperatura de fusão. A dependência deste tipo de deformação com o tempo está representada na figura IV.1.

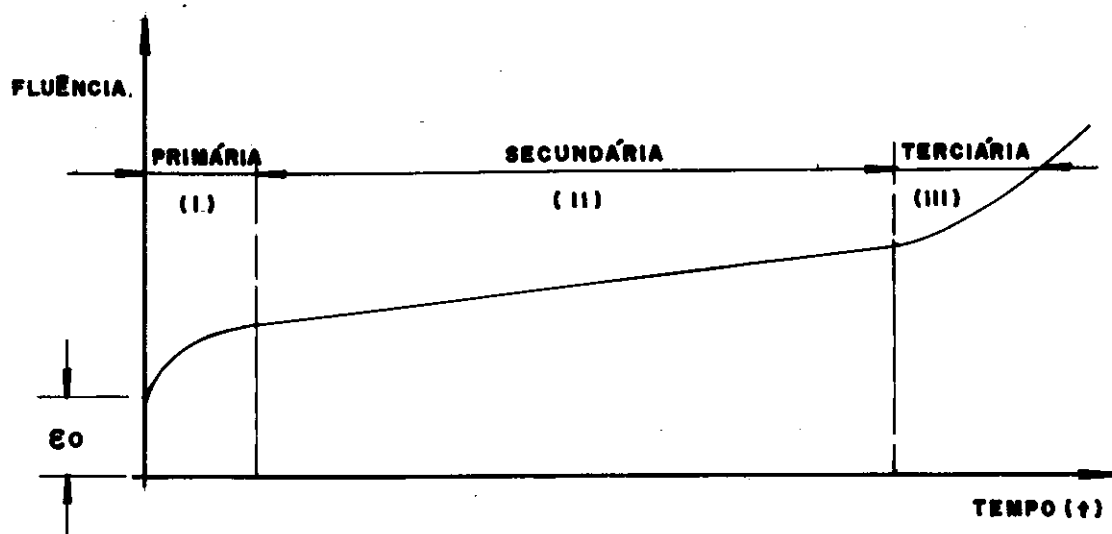


FIG.VI.1 - CURVA TÍPICA DE DEFORMAÇÃO POR FLUÊNCIA

Nesta figura é possível notar que a deformação por fluência pode ser dividida em três estágios distintos:

- (I) Estágio Primário, onde ocorre uma alta taxa de deformação e que marca o início do fenômeno;
- (II) Estágio Secundário, que apresenta uma taxa de crescimento menor e mais constante, ocupando a maior parte do do intervalo de tempo em que há fluência;
- (III) Estágio Terciário, que também apresenta alta taxa de deformação e que termina na ruptura do material.

IV.3 - MODELO MATEMÁTICO

A partir do que foi dito no item anterior, nota-se que uma função para representar a deformação por fluência, deverá ser da forma:

$$\varepsilon_c = f(\sigma, t, T) \quad (\text{IV.1})$$

onde ε_c = deformação por fluência

Há várias forma possíveis para a equação (IV.1), sendo algumas específicas para um determinado tipo de material, conforme descrito em [1] e [25]. Neste trabalho será utilizada a equação de Norton [1], que é dada por:

$$\varepsilon_c = K_c \sigma^n t \exp \left[-Q / (R T) \right] \quad (\text{IV.2})$$

onde:

K_c , n = constantes do material

Q = energia de ativação

R = constante de Boltzman

T = temperatura absoluta

σ = tensão uniaxial

IV.3.1 - Estado Multi-axial de Tensões

Objetivando considerar o estado multi-axial de tensões, é necessário modificar a equação (IV.2). Conforme pode ser visto em [11] e [25], esta modificação é dada por:

$$\varepsilon_{eqc} = Kc \sigma_{eq}^n t \exp \left(- Q / RT \right) \quad (IV.3)$$

onde:

ε_{eqc} , σ_{eq} = deformação e tensão equivalentes, dadas por
(III.12) e (III.13)

IV.3.2 - Potencial de Fluência

Segundo [26], a taxa de deformação por fluência pode ser descrita, de forma semelhante à relação de Prandtl-Reuss, em termos de uma função potencial:

$$\dot{\varepsilon}_c = \beta \frac{\partial \psi(\sigma)}{\partial (\sigma)} \quad (IV.4)$$

onde:

$\psi(\sigma)$ = função potencial de fluência

β = parâmetro do material

Considerando que o material obedece ao critério de Von Mises tem-se:

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \psi(\alpha)}{\partial(\alpha)} = \frac{\partial J_2}{\partial(\alpha)} \quad (IV.5)$$

Tem-se ainda, conforme a equação (III.13) que:

$$\varepsilon_{eqc} = \frac{2}{3} (\varepsilon_c^T \varepsilon_c)^{1/2} \quad (IV.6)$$

Combinando as equações acima obtém-se:

$$\dot{\varepsilon}_c^0 = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_c^0}{\sigma_{eq}} \dot{\alpha} \quad (IV.7)$$

ou, do ponto de vista incremental:

$$d\varepsilon_c^0 = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_c^0}{\sigma_{eq}} \dot{\alpha} \quad (IV.8)$$

IV.4 - EQUAÇÃO CONSTITUTIVA

Utilizando o mesmo procedimento empregado na equação (III.7), pode-se determinar a deformação incremental total por:

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{ep} + d\varepsilon_c \quad (IV.9)$$

onde:

$d\varepsilon_{ep}$ = incremento de deformação termo-elasto-plástica

$d\varepsilon_c$ = incremento de deformação por fluência

O comportamento termo-elasto-plástico de deformação é obtido explicitando-se a deformação na equação (III.21), para

encruamento isotrópico, por:

$$d\varepsilon_{ep} = \underline{C}_{ep}^{-1} d\sigma + \underline{I} \left\{ \alpha \Delta T + \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial T} \sigma dT + \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial \varepsilon} \sigma d\varepsilon \right\} +$$

$$- \frac{\underline{C}_{ep}^{-1} \underline{C}_e \sigma'}{S} \left\{ \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right\} \quad (IV.10)$$

Substituindo-se as equações (IV.8) e (IV.10) em (IV.9), e expressando a resultante em termos da tensão atuante tem-se:

$$\Delta\sigma = \underline{C}_{ep}^{-1} \Delta\varepsilon - \underline{C}_{ep} \left\{ \alpha \Delta T + \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial T} \sigma dT + \frac{\partial \underline{C}_e^{-1}}{\partial \varepsilon} \sigma d\varepsilon + \right.$$

$$\left. + \Delta\varepsilon_c \right\} - \frac{\underline{C}_e \sigma'}{S} \left\{ \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \right\} \quad (IV.11)$$

A equação (IV.11) pode ser utilizada para representar também o fenômeno conhecido como "relaxamento" ou "amolecimento" ("stress relaxation"). Neste caso, deve-se considerar esta equação com o sinal negativo.

IV.5 - FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

A equação básica que permite descrever o problema estático é dada por:

$$\underline{K} \Delta \underline{U} = \Delta \underline{F} \quad (III.1)$$

Para considerara ocorrência de fluência, deve-se com-

parar a equação (IV.11) com (III.30). Nota-se então que a diferença é devido a inclusão da expressão para $(\Delta \varepsilon_c^0)$. Desta forma, a matriz que representa os carregamentos deve conter um termo adicional devido a fluência, sendo então dada por:

$$\Delta \tilde{F} = \Delta \tilde{F}_T + \Delta \tilde{F}_M + \Delta \tilde{F}_C \quad (IV.12)$$

As expressões para as matrizes K , ΔF_M e ΔF_T são as apresentadas em (III.70), (III.72) e (II.73), respectivamente. A matriz que adiciona os incrementos de carga devido à fluência é dada por:

$$\Delta F_C = \int B^T C_{ep} \Delta \varepsilon^c \quad (IV.13)$$

CAPÍTULO V - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

V.1 - INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de micro-computadores, tornando-os praticamente uma ferramenta de uso pessoal, modificou o enfoque segundo o qual os programas até então eram desenvolvidos. O aspecto tempo de execução, que nas máquinas de grande porte significa custo, passa a não ser tão importante, dado o caráter individual de utilização do micro. Por outro lado, a memória RAM disponível, que é o principal fator limitante ao desenvolvimento de programas neste tipo de computador, tem sido aumentada consideravelmente nos últimos anos, não havendo praticamente limites quanto a sua expansão futura.

Neste trabalho é apresentado um programa de elementos finitos para utilização em micro-computadores do tipo PC-compatível, com 640 kilobytes de memória RAM. O corpo do programa tem por base a referência [1] e foi desenvolvido em Fortran 4.0 da Microsoft, executável no sistema MS/DOS 3.30.

V.2 - ORGANIZAÇÃO DO PROGRAMA

O programa ATEPF pode ser dividido em 4 blocos básicos:

- i) Gerenciamento e Entrada de dados
- ii) Análise Térmica

iii) Análise Mecânica

iv) Análise de Fluência

O fluxograma que engloba todas as análises possíveis está representado na Figura V.1.

V.2.1 - Análise Térmica

A Figura V.2 representa o fluxograma relativo apenas à análise térmica. O programa ATEPF possibilita a determinação da temperatura em contínuos bi-dimensionais e axissimétricos, empregando elementos quadriláteros e triangulares, permitindo a consideração dos seguintes tipos de condições de contorno:

- * fluxo de calor prescrito;
- * temperatura prescrita;
- * condução linear e não-linear com a temperatura;
- * convecção linear e não-linear com a temperatura;
- * radiação, considerando ou não o fator de forma entre superfícies finitas.

Os seguintes tipo de análise podem ser realizados:

- * regime permanente;
- * regime transiente;

Figura V.1 - Fluxograma Geral

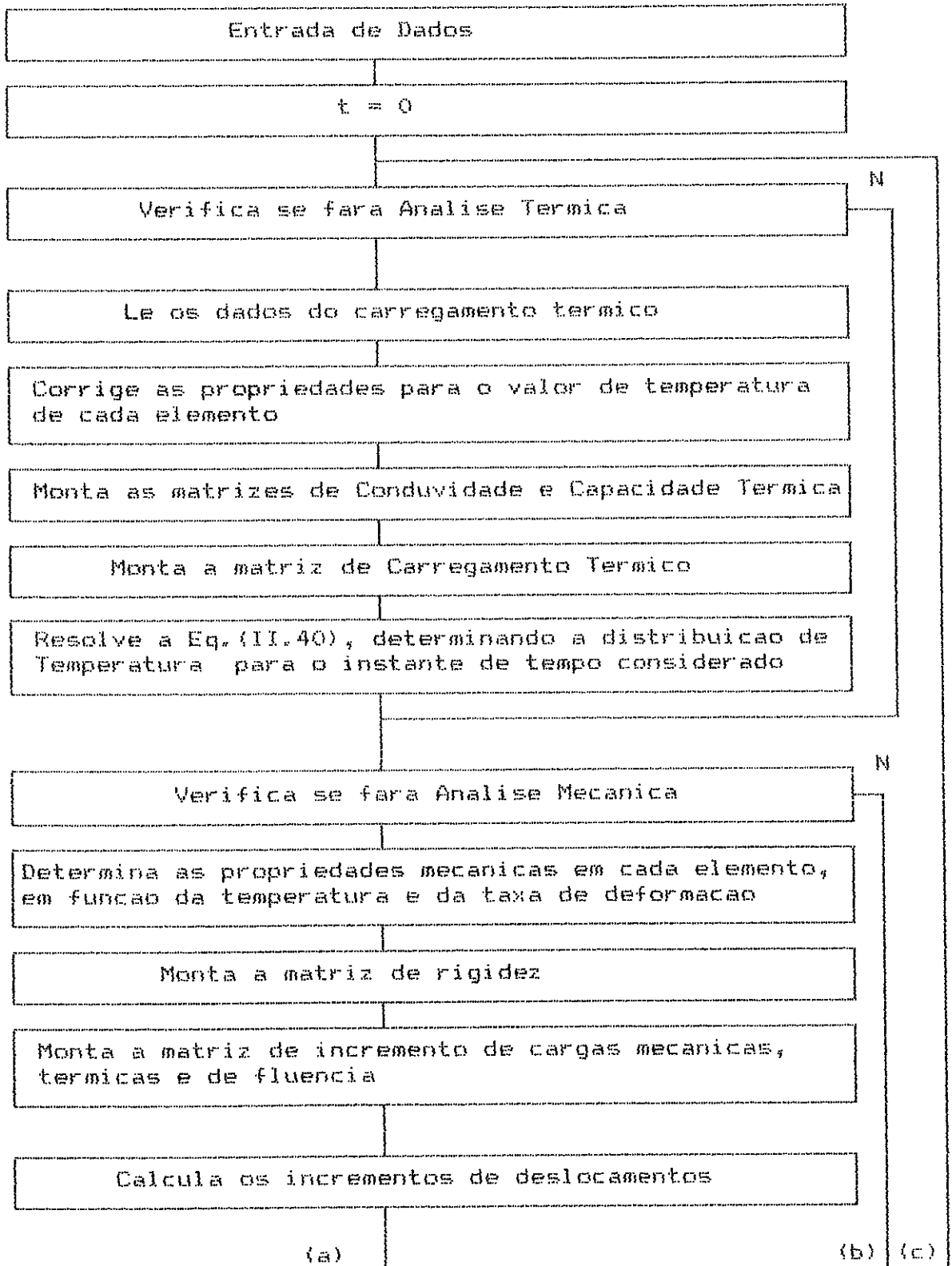
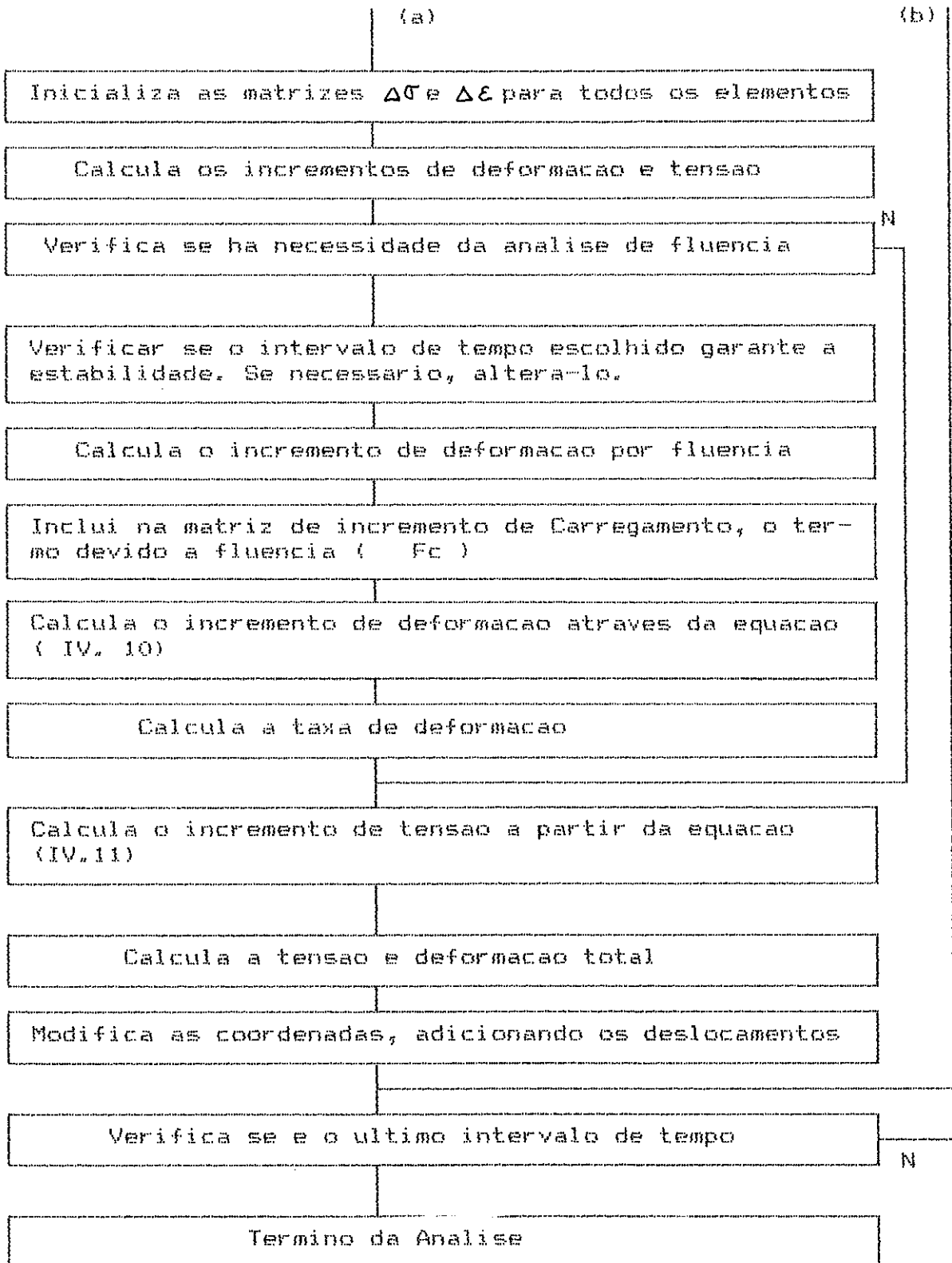


Figura V.1 - Fluxograma Geral (cont.)



- * inclusão de efeitos de não-linearidade devido à variação das propriedades térmicas do material e do contorno com a temperatura;
- * considerar a geometria deformada, resultante de carregamentos mecânicos e térmicos, na montagem das matrizes .

V.2.2 - Análise Mecânica

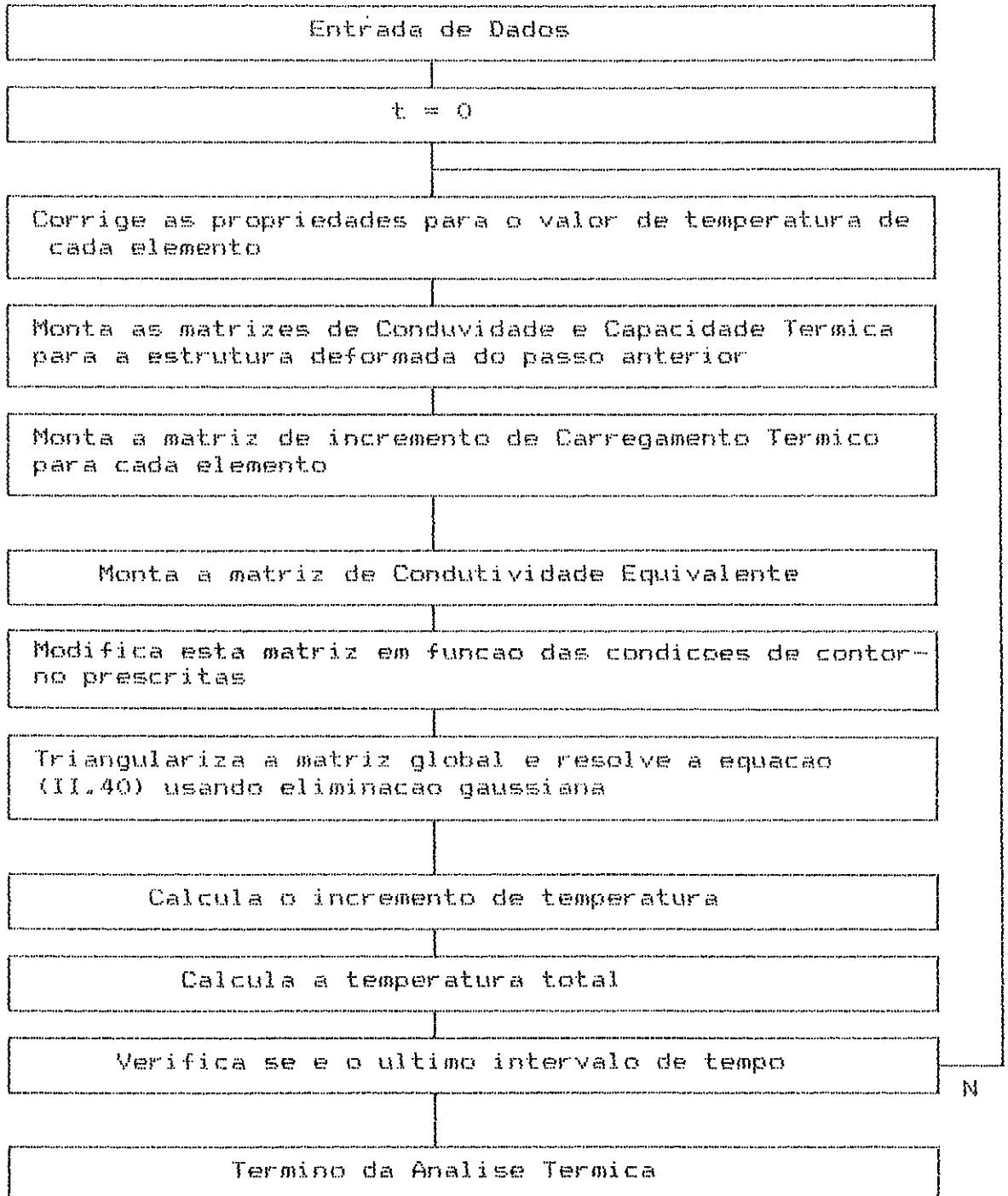
A Figura V.3 representa o fluxograma da análise mecânica, estando a análise de fluência representada na fig. V.4. O programa ATEPF permite a determinação de tensões atuantes em estruturas contínuas bi-dimensionais e axissimétricas, utilizando os mesmos elementos da análise térmica, para os seguintes tipos de análise:

- * linear elástica;
- * linear elasto-plástica;
- * linear termo-elasto-plástica;
- * análise de fluência, para todos os tipos acima;
- * não-linear, para todos os citados acima, considerando variação das propriedades em função da temperatura e da taxa de deformação.

Permite que sejam considerados os seguintes tipos de carregamento:

- * cargas devido à variação e/ou distribuição de temperatura

Figura V.2 - Fluxograma de Analise Termica



à partir do carregamentos térmicos citados em V.2.1.

* força nos nós, com incrementos variáveis ao longo do tempo;

* pressão no contorno, com incrementos variáveis ao longo do tempo.

Na Figura V.5 encontram-se as sub-rotinas que constituem o programa e a maneira como estão ligadas. As acompanhadas pela letra "T" pertencem à análise térmica, pela letra "M", à análise mecânica, enquanto a letra "F" acompanha as relativas à análise de fluência e a "P" as de leitura de dados comuns aos vários tipos de análise.

A Figura V.6 mostra a maneira e ordem como são chamadas, permitindo uma visão global do esquema básico de funcionamento do programa. Um resumo da função de cada sub-rotina encontra-se no Apêndice D.

Observando-se estas duas últimas figuras, torna-se claro o caráter modular com que foi concebido o programa, sendo possível separar os blocos térmicos e mecânico. Este aspecto facilita a implementação em micro-computador, uma vez que, através de um programa gerenciador e da gravação em arquivos no disco rígido, pode-se transmitir os resultados da análise térmica à mecânica, sem que haja necessidade de carregá-las, simultaneamente, na memória RAM da máquina.

Na versão apresentada neste trabalho não foi feita esta separação, sendo todo o programa concebido em um só conjunto. Esta opção permitiu maior facilidade e rapidez na sua implementação, embora limitasse a capacidade do programa.

Figura V.3 - Fluxograma da Analise Mecanica

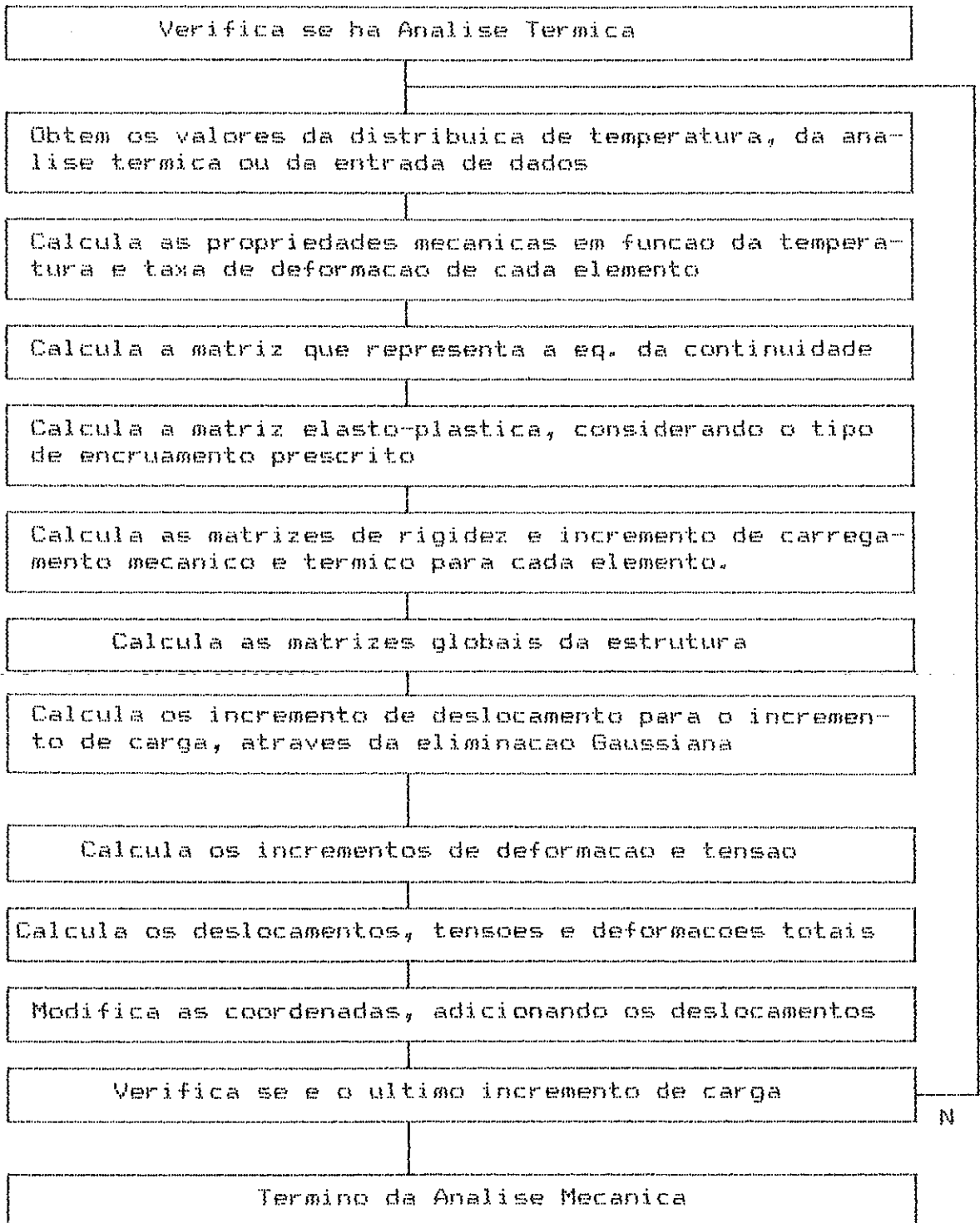


Figura V.4 - Fluxograma de Analise de Fluencia

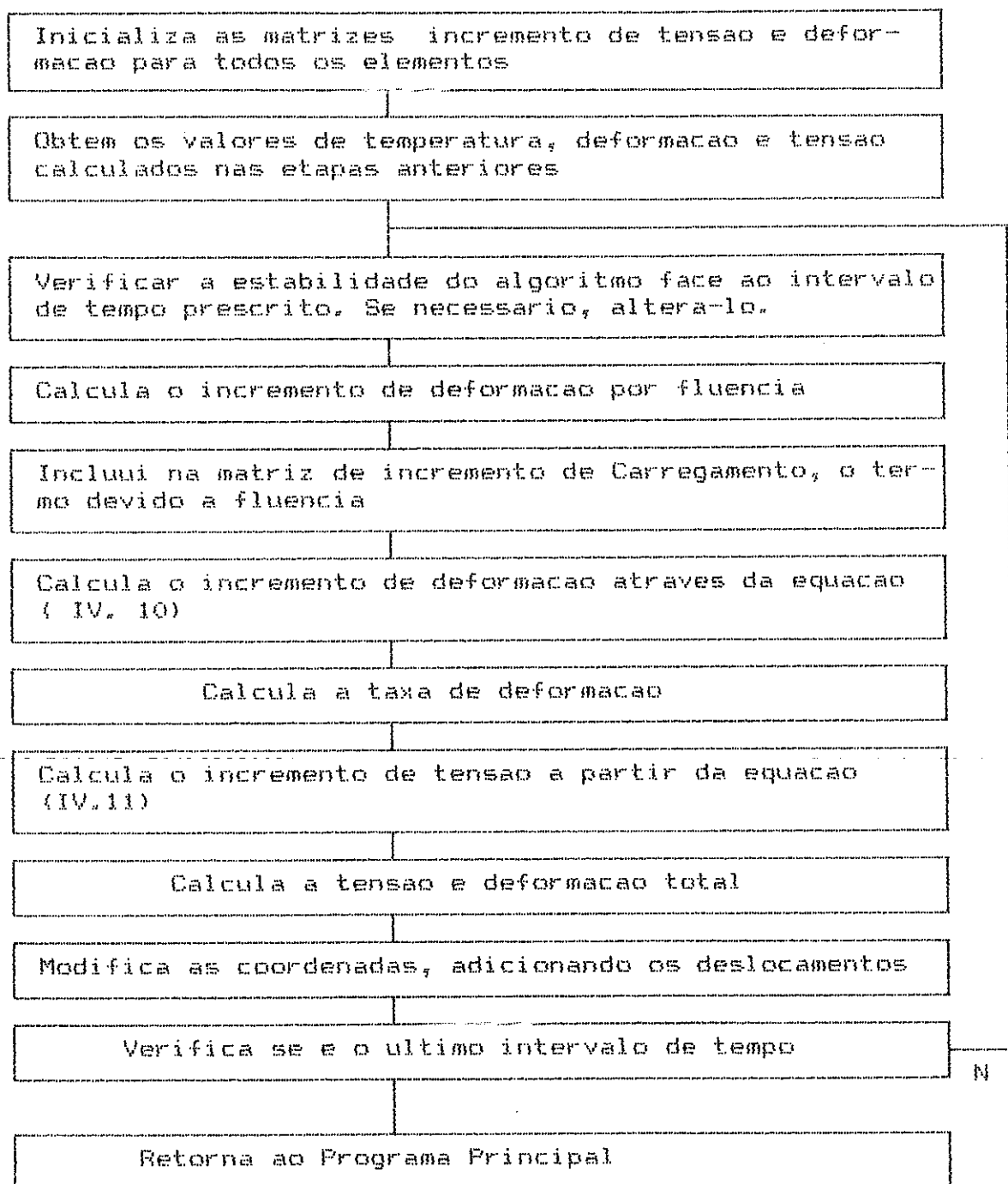


Figura V.5 - Interligacao entre as Sub-rotinas

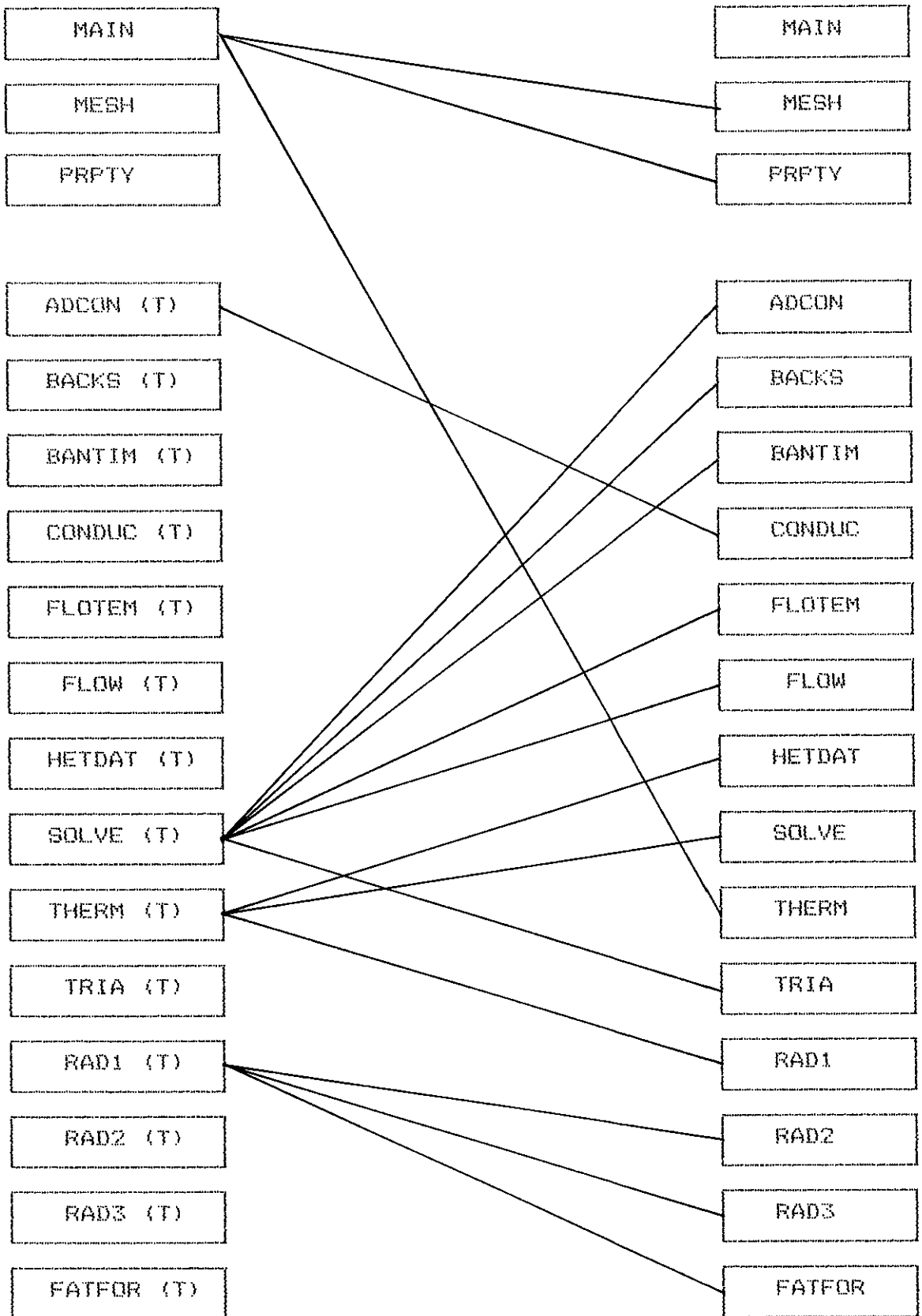


Figura V.5 - Interligacao entre as Sub-rotinas (cont.)

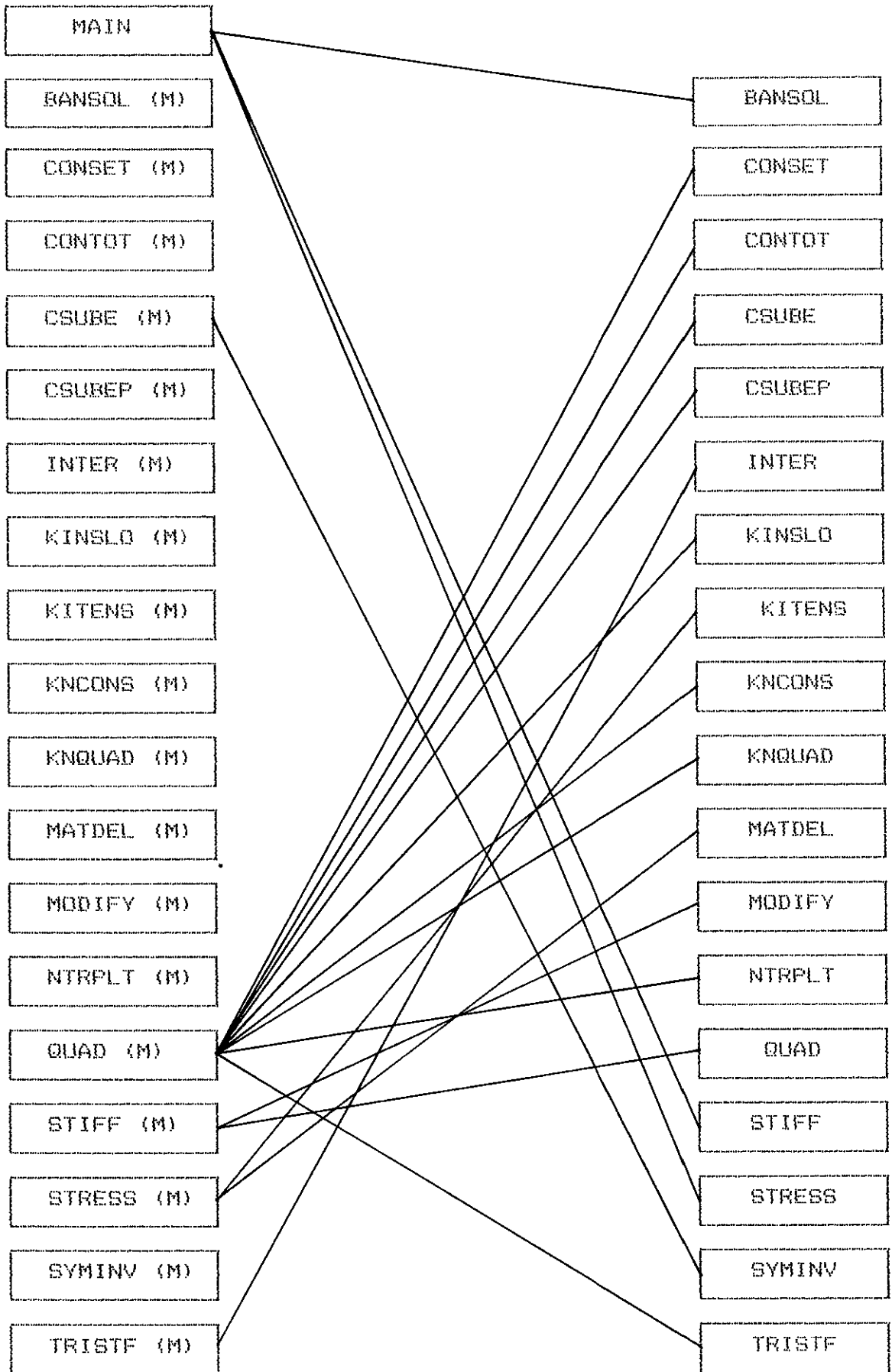


Figura V.5 - Interligacao entre as Sub-rotinas (cont.)

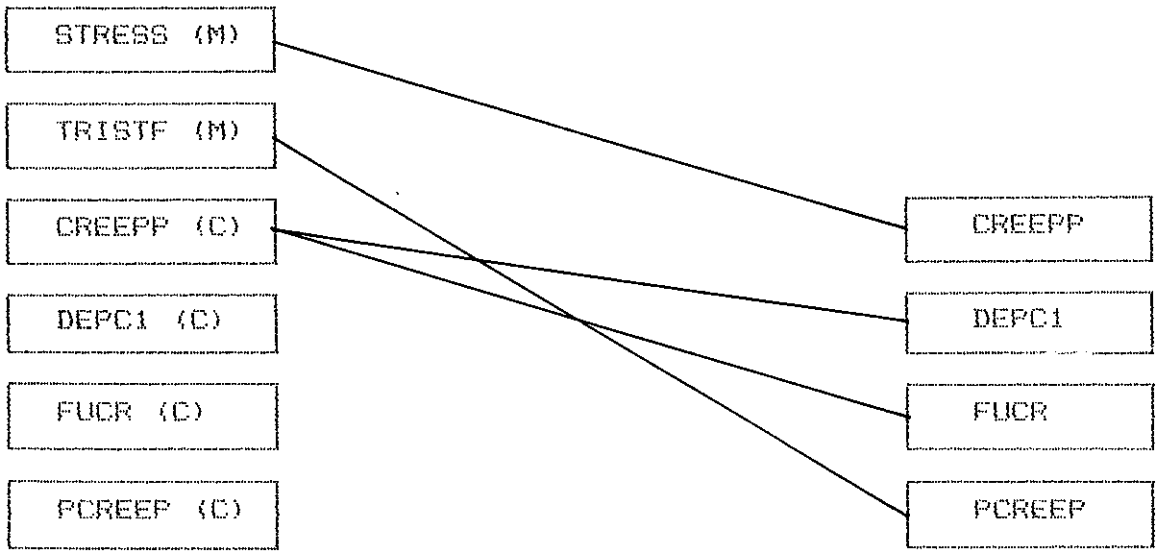


Figura V.6 - Fluxograma de Chamada da Sub-rotinas

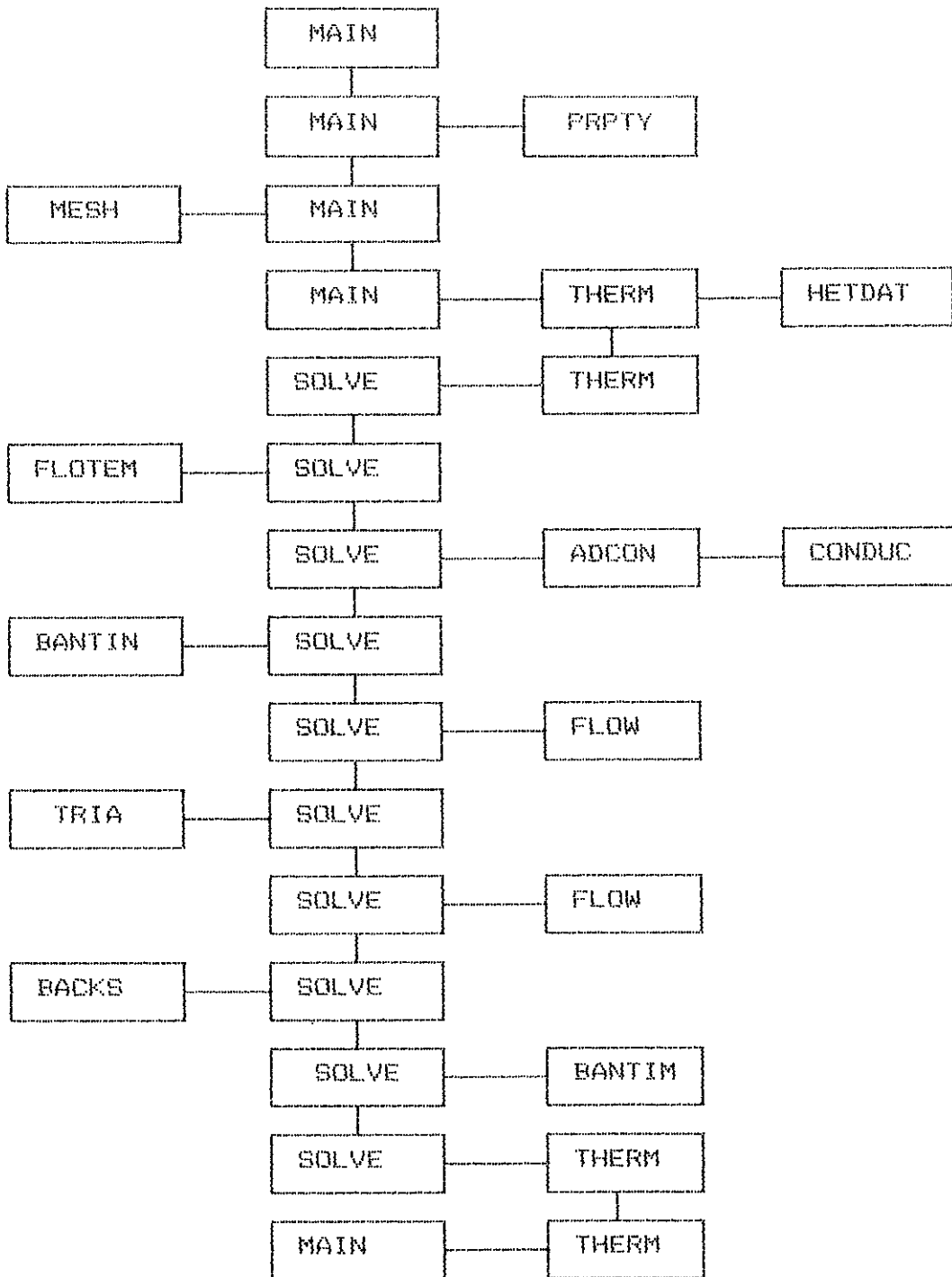
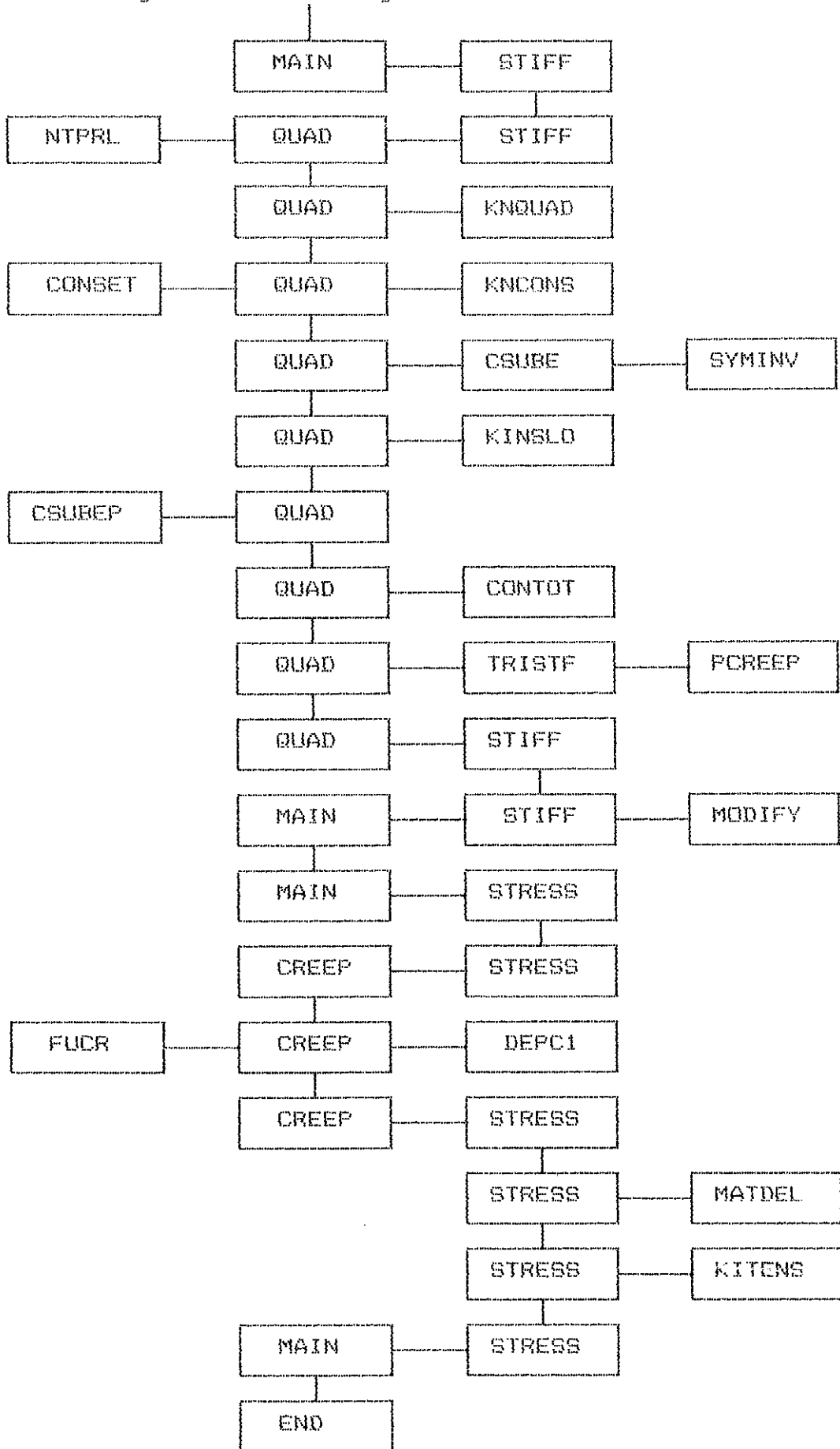


Figura V.6 - Fluxograma de chamada das Sub-rotinas (cont.)



V.3 - ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO

V.3.1 - Análise Térmica

A construção das matrizes de condutividade e capacidade térmica de cada elemento da estrutura é feita através das equações (II.33) e (II.41), respectivamente. A função de interpolação usada é a do tipo Serendipity (linear), que mantém a continuidade da temperatura nos nós e fronteiras do elemento.

O vetor de cargas térmicas é calculado empregando o mesmo tipo de função, através da equação (II.37). A consideração de temperatura prescrita é obtida através da "Técnica do Número Grande", conforme descrito em [27].

A análise térmica é realizada no domínio do tempo, onde a variação de temperatura é calculada para incrementos de tempo. A discretização neste domínio, através destes incrementos, é realizada através de um esquema de integração explícito.

O esquema adotado foi do tipo "backward", onde a variação de temperatura ao longo do tempo é dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(t) - T(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (V.1)$$

Admitindo-se que as matrizes K_e e C_e permanecem constantes durante o intervalo de tempo considerado, tom-se da

equação (II.34):

$$\tilde{C}_e \left[\tilde{T}_{t+\Delta t} - \tilde{T}_t \right] + \tilde{K}_e \left[\tilde{T}_{t+\Delta t} + \tilde{T}_t \right] = \tilde{F}_{e,t+\Delta t} - \tilde{F}_t \quad (V.2)$$

Substituindo a equação (V.1) em (V.2) tem-se:

$$\left[\frac{\tilde{C}_e}{\Delta t} + \tilde{K}_e \right] \left[\tilde{T}_{t+\Delta t} - \tilde{T}_t \right] = \tilde{C}_e \tilde{T}_t + \left[\tilde{F}_{e,t+\Delta t} - \tilde{F}_{e,t} \right] \quad (V.3)$$

Definindo que:

$$\Delta \tilde{T}_t = \tilde{T}_{t+\Delta t} - \tilde{T}_t \quad (V.4a)$$

$$\Delta \tilde{F}_{e,t} = \tilde{F}_{e,t+\Delta t} - \tilde{F}_{e,t} \quad (V.4b)$$

Substituindo as expressões (V.4) e (V.1) em (V.3) tem-se:

$$\left[\frac{\tilde{C}_e}{\Delta t} + \tilde{K}_e \right] \Delta \tilde{T}_t = \frac{\tilde{C}_e}{\Delta t} \Delta \tilde{T}_{t-\Delta t} + \Delta \tilde{F}_{e,t} \quad (V.5)$$

A equação (V.5) pode ser escrita como:

$$\tilde{K}_{eq} \Delta \tilde{T}_t = \tilde{F}_{eq} \quad (V.5a)$$

onde:

$$\tilde{K}_{eq} = \text{matriz de condutividade} = \frac{\tilde{C}_e}{\Delta t} + \tilde{K}_e \quad (V.6a)$$

térmica equivalente

$$\tilde{F}_{eq} = \text{matriz de carregamento} = \tilde{C}_e \Delta \tilde{T}_{t-\Delta t} + \Delta \tilde{F}_{e,t} \quad (V.6b)$$

térmico equivalente

V.3.1.1 - Estabilidade

Diz-se que um sistema de discretização é instável se a solução da equação em regime permanente exhibe um comportamento oscilatório, ou se a solução em regime transiente apresenta oscilação ou então, através de amplificação, cresce ilimitadamente.

No caso de equações lineares de segunda ordem, que são as que governam a transferência de calor (eq. II.13), a instabilidade é geralmente causada pela discretização da sua primeira derivada com um intervalo de tamanho inadequado, conforme pode ser visto em [29].

Em se tratando do método dos elementos finitos, o problema de instabilidade está diretamente ligado à análise transiente [29]. Neste tipo de análise, existe uma relação entre o intervalo de tempo a ser escolhido na equação (V.5a), as propriedades térmicas do material e o grau de refinamento da malha que, conforme pode ser observado em [29], é dada por:

$$\frac{\alpha \Delta t}{h^2} \leq \frac{1}{6} \quad (V.7)$$

onde $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ = difusividade térmica do material

Δt = intervalo de tempo

h = tamanho do elemento

Em termos de valores numéricos, para ter-se uma ordem de grandeza do significado desta expressão em termos práticos, apresenta-se como exemplo um aço estrutural comum, como o SAE 1020, à temperatura ambiente. Da referência [30] tem-se:

$$c = 480 \text{ J/Kg.K}$$

$$\rho = 7870 \text{ Kg/m}^3$$

$$k = 50 \text{ W/m.K}$$

Portanto, um valor típico para a difusividade térmica de aços seria:

$$\alpha = 1.32 \text{ E-05 m}^2/\text{s}$$

Substituindo este valor em (V.7) tem-se:

$$\Delta t < 12.6 \text{ E+03 * h}^2 \quad (\text{ V.8 })$$

V.3.2 - Análise Mecânica

As matrizes de rigidez, e constitutiva são calculadas através das equações (III.70) e (III.29) para encruamento isotrópico e (III.50) para encruamento cinemático. A função de interpolação é do tipo Serendipity.

A integração numérica da matriz de rigidez é realizada utilizando o método de integração numérica de Gauss-Radau, como indicado em [28].

A integração é feita por incrementos de cargas mecânicas e térmicas, sendo as propriedades do material reavaliadas sempre que há alteração da temperatura, da taxa de deformação e/ou quando se atinge o limite plástico. Para cada passo de carga verifica-se se o material escoou, utilizando a tensão

equivalente para estado multi-axial de tensões e considerando o grau de encruamento sofrido pelo material.

V.3.3 - Análise de Fluência

Conforme já mencionado no Capítulo IV, o fenômeno da fluência é função das variáveis tensão, tempo e temperatura. Portanto, na análise incremental realizada no programa, deve-se utilizar o valor da tensão e da temperatura para o incremento de tempo considerado.

O acréscimo de carga devido à fluência é calculado conforme a equação (IV.13), sendo a relação tensão-deformação dada por (IV.3).

O esquema de integração no tempo utilizado no ATEPF é o da Série de Taylor, conforme proposto em [35]. A formulação matemática deste esquema é dada por:

$$d\varepsilon_{eqc} = \frac{\sigma_{eqc}^0}{\left[1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \sigma_{eqc}^0}{\partial \varepsilon_{eqc}} \right]} dt \quad (V.9)$$

A estabilidade do esquema de integração é assegurada [35] adotando-se o menor valor dentre os seguintes limites para o intervalo de tempo:

i) limite da Série de Taylor:

$$\Delta t_m = \frac{2}{B} K_n f(T) n \sigma_{eq}^{(n-1)} \quad (V.10)$$

onde:

$$R = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \varepsilon_{eqc}}$$

ii) limite do esquema de integração de Euler:

$$\Delta t_c = 4 (1 + \nu) \left[3 E K_c f(T) n \sigma_{eq}^{(n-1)} \right]^{-1} \quad (V.11)$$

CAPÍTULO VI - VALIDADE DOS PROCEDIMENTOS IMPLEMENTADOS

Um programa de computador, uma vez concluído e/ou implementado, deve ser avaliado e testado, antes de utilizado. Estes testes objetivam atender aos requisitos de Verificação, Qualificação e Nível de Confiança.

O conceito de Verificação significa constatar se o programa executa o que se espera que ele execute. No caso de um código cuja fonte, supostamente, já tenha sido testada, isto significa checar se foi corretamente digitado e a fonte fornecida sem incorreções. No caso da implementação de novas rotinas e adaptações para diferentes tipos de "hardwares", estas alterações devem ser verificadas.

No caso de novos procedimentos adicionados ao código base, o conceito de verificação, além do significado acima, implica em determinar se as rotinas desenvolvidas para solucionar o problema são apropriadas e se a lógica do programa permite executá-las corretamente.

O conceito de qualificação diz respeito à aplicação do código às necessidades e problemas reais em engenharia. Uma vez concluída a etapa de verificação, deve-se definir a que tipos de problemas o programa pode ser aplicado corretamente.

Do ponto de vista do usuário, este conceito engloba ainda como utilizar o programa em um problema específico. Quais devem ser o tamanho da malha, condições de contorno,

escolha do intervalo de tempo, propriedades do material e outros aspectos relativos à solução do problema, constituem as dúvidas básicas ao se aplicar um programa. Embora haja necessidade de experiência e conhecimentos de engenharia para resolvê-las, é de extrema utilidade o conhecimento da base teórica com a qual o programa foi desenvolvido.

No caso de análise não-linear, incluindo ou não fluência e plasticidade, há dificuldades em se encontrar soluções analíticas para a verificação e qualificação. Desta forma, uma verificação absoluta deste tipo de problema é impossível. Uma vez que não se pode afirmar, com total segurança, que o código está totalmente correto, pode-se presumir que este contenha erros desconhecidos.

As considerações a respeito da presença de erros levam ao conceito de Nível de Confiança. Este conceito representa o quanto de segurança ou confiança pode-se ter nos resultados que o programa fornece. Basicamente, é função de:

- i) qualificação dos autores do programa;
- ii) base teórica segundo a qual o programa foi desenvolvido;
- iii) número e qualidade das verificações realizadas;
- iv) histórico de utilização do programa;
- v) se possível, confrontar os resultados com medições realizadas em estruturas reais.

Mesmo em programas hoje disponíveis comercialmente foram encontrados erros, após anos de uso. Portanto, quanto

maior e mais intensivo for o tempo de utilização, maiores as possibilidades de serem descobertos todos os erros significativos.

Neste trabalho procurou-se realizar a verificação dos procedimentos implementados. Ressaltando que esta verificação é de caráter parcial, foram realizados testes abordando os seguintes tópicos:

- 1) Cálculo do fator de forma para superfícies paralelas e perpendiculares;
- 2) Análise térmica nos regimes permanente e transiente;
- 3) Análise linear elástica;
- 4) Análise elasto-plástica linear;
- 5) Análise termo-elasto-plástica com variação de temperatura;
- 6) Análise de Fluência.

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos básicos de verificação. Os exemplo relativos ao cálculo do fator de forma encontram-se no Apêndice C. Todos os problemas foram resolvidos em micro-computador tipo PC-compatível, com 640 Kilobytes de memória RAM e co-processador matemático 8087.

O exemplo VI.1 testa as rotinas para análise térmica; ele foi selecionado por permitir o uso de vários tipos de condições de contorno. De VI.2 a VI.5 tem-se exemplos relativamente simples, para verificação das rotinas termo-elasto-plásticas e de fluência. O primeiro foi obtido com o programa

COSMOS [23], sendo os demais provenientes referência [22], e comparados com os resultados do programa ADINA, rodados em um computador CDC Cyber 175.

Os exemplos VI.6 a VI.8 foram selecionados com o intuito de demonstrar aspectos práticos de utilização em casos reais. Os dois primeiros foram obtidos a partir da referência [32], enquanto o último representa um caso real de trabalho, sendo os resultados numéricos obtidos confrontados com valores medidos.

Exemplo VI.1 - Análise Térmica em Regime Transiente

Um vaso de pressão cilíndrico, fabricado de aço AISI 1010, inicialmente a 20° C, é submetido a um fluxo de calor. As dimensões da seção transversal do vaso encontram-se indicadas na figura (VI.1a), enquanto a figura (VI.1b) representa o modelo utilizado na análise.

São utilizados 4 elementos triangulares axissimétricos, sendo as propriedades do material dadas por:

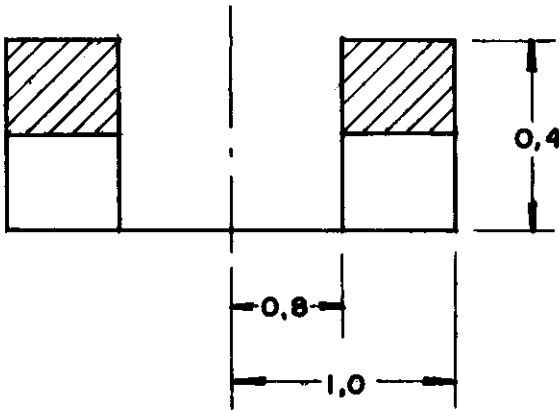
Massa específica = 7823 Kg / m³

Calor específico = 434 J / Kg K

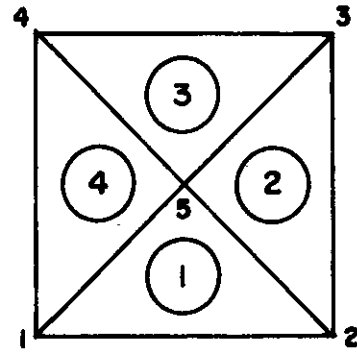
Condutividade térmica = 64 W / m K

As condições de contorno aplicadas são as seguintes:

lado 2-3 - fluxo de calor prescrito = 6 kW / m²



a) DIMENSÕES DA SEÇÃO ANALIZADA



b) MODELO EMPREGADO

FIG.VI.1 - MODELO DO VASO ANALIZADO

Tabela VI.1 - Resultados do Exemplo VI.1

Nº	Valor Previsto	ATEPF
1	20.00	20.00
2	26.43	26.42
3	26.26	26.46
4	20.00	20.00
5	21.79	21.81

lado 3-4 - troca de calor por convecção - $h = 6 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$

$$T_o = 20^\circ \text{ C}$$

lado 4-1 - temperatura prescrita - $T_s = 20^\circ \text{ C}$.

O objetivo deste exemplo é realizar análise em regime transiente, empregando várias condições de contorno. Os resultados obtidos são comparados com os fornecidos pela referência [1], decorridos 300s do início da análise. A tabela VI.1 indica os resultados obtidos.

Exemplo V.2 - Análise Linear Elástica com Carregamento Térmico

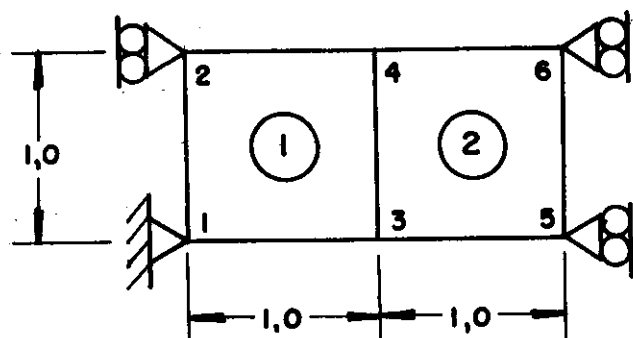
A estrutura representada na figura VI.2 é submetida a uma variação de temperatura de $+100^\circ \text{ C}$. Devido às restrições à expansão na direção horizontal (X), são geradas tensões nesta direção, enquanto há um deslocamento na direção vertical (Z).

A mesma configuração é simulada com dois elementos retangulares, para estado plano de tensão e deformação, e considerando a estrutura como axissimétrica. As propriedades do material empregado na análise para EPT encontram-se indicadas na fig. VI.2, enquanto que para as demais foram empregados os seguinte valores:

Módulo de Elasticidade Longitudinal = 1.0 MPa

Coeficiente de Poisson = 0.25

Coeficiente de expansão térmica = 1.0



DADOS: $E = 30 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$
 $\alpha = 0,65 \times 10^{-5} \text{ mm/mm}$
 $\nu = 0,25$
 $\Delta T = 100^\circ \text{C}$

FIG.VI.2 - ESTRUTURA SUBMETIDA A CARREGAMENTO TÉRMICO

Tabela VI.2 - Resultados do Exemplo VI.2

Tipo de elemento	Parâmetro	COSMOS	ATEPF
E.P.D.	Uz	108.33	108.33
	Sxx	-260.00	-260.00
E.P.T.	Uz	125.00	125.00
	Sxx	-100.00	-100.00
AXIS.	Uz	166.67	166.67
	Sxx	-133.33	-133.33

Os resultados obtidos são comparados com o programa COSMOS, e apresentados na tabela (VI.2).

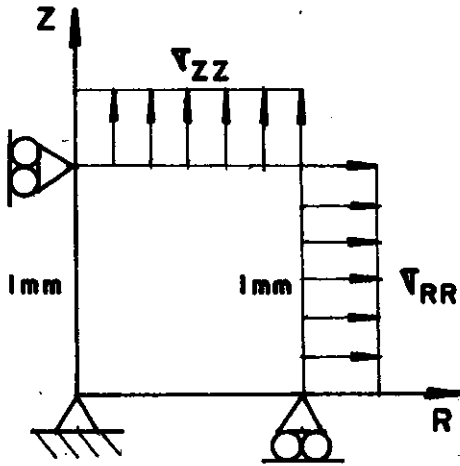
Um aspecto interessante neste exemplo diz respeito ao tempo de execução. Por ser um programa tipo "multi-purpose", o COSMOS opera carregando e descarregando módulos na RAM; mesmo para um exemplo simples como este são utilizados 4 módulos após ser fornecido o arquivo de dados. O tempo de execução total para cada um destes exemplos foi de cerca de 180 segundos, enquanto que o ATEPF gastou apenas 5 segundos.

Exemplo VI.3 - Análise Elasto-plástica Considerando Carregamento Bi-axial

Um elemento de estado plano de tensões foi submetido a um carregamento bi-axial proporcional e sempre crescente. A fig. (VI.3) ilustra as condições de contorno, as propriedades mecânicas do material e o histórico de carregamento. Neste modelo não são considerados efeito térmicos.

O objetivo deste exemplo é verificar o comportamento do programa em análise isotérmica, com comportamento elasto-plástico, verificando se ocorre algum tipo de instabilidade. Os resultados obtidos, para tensão cizalhante, encontram-se tabelados para diferentes instantes de tempo.

Conforme pode ser visto na tabela (VI.3), esta tensão foi sempre próxima ou igual a zero, não havendo indícios de instabilidade para intervalos de tempo de 0.1, 1.0 e 10.0



ELEMENTO: EPT
ESPESSURA: 0,1 mm

$E = 30 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$
 $\nu = 0,3$
 $E_T = 30 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_Y = 30 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$

(Q)

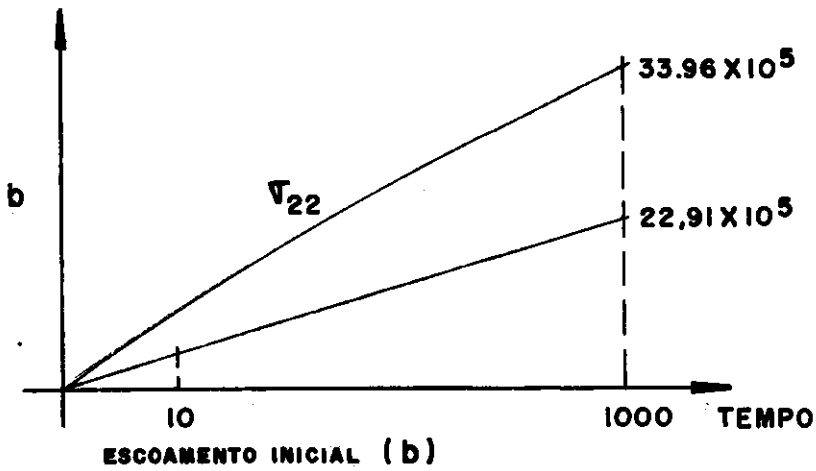


FIG.VI.3 - ELEMENTO EM ESTADO PLANO DE TENSÕES COM TENSÕES BI-AXIAIS PRESCRITAS

Tabela VI.3 - Resultados do Exemplo IV.3

Tempo	$\Delta t = 0.1$	$\Delta t = 1.0$	$\Delta t = 10.$
1.0	0.0	10^{-3}	—
10.	10^{-3}	0.0	10^{-3}
20.	0.0	10^{-2}	10^{-3}
30.	10^{-3}	10^{-3}	0.0
100.	—	0.0	0.0
300.	—	—	10^{-2}

horas. Além disto, o ângulo ϕ , que representa o ângulo entre a direção R e da maior tensão principal, não se alterou durante a análise, caracterizando o bom comportamento das rotinas de cálculo.

Exemplo VI.4 - Análise Termo-elasto-plástica com Variação de Temperatura e Tensão Uni-axial

Um elemento de estado plano de tensões foi submetido a temperatura e tensão uniaxial variáveis ao longo do tempo. A figura (VI.4) mostra o elemento com suas condições de contorno e o histórico de temperatura e tensão ao longo do tempo. Neste exemplo não se considera fluência do material.

As propriedades do material dependem da temperatura e são dadas abaixo. Considera-se que há uma variação linear de todas as propriedades entre a faixa de temperatura especificada abaixo:

	70°C	1100°C
E (MPa)	30	22
ν	0.3	0.3
E_p (MPa)	0.3	0.22
σ_y (KPa)	26	9
α (m/m/°C)	5×10^{-6}	6×10^{-6}

O objetivo deste exemplo é verificar o comportamento para encruamento isotrópico, considerando a correção no cálculo

lo do comportamento tensão-deformação para comportamento termo-elasto-plástico. Além disto, verifica-se se o programa calcula corretamente descarregamento seguido de re-escoamento sob carregamento inverso.

A figura (VI.5) representa os resultados calculados, comparados aos fornecidos em [22]. Os resultados são plotados para dois valores distintos do expoente n ($n = 10$ e $n = 25$).

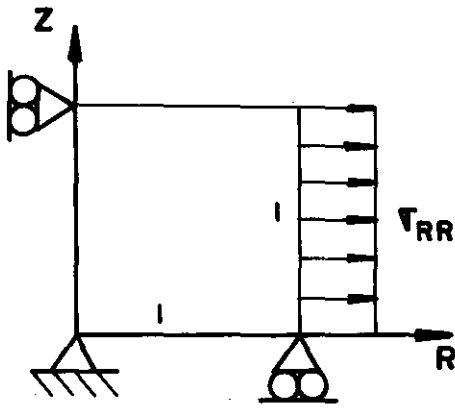
Nota-se que há diferenças entre os valores calculados e esperados, e que estas são fortemente influenciadas pelo expoente " n ". Este resultado já era esperado, tendo em vista a diferença nas formulações dos dois programas.

De uma maneira geral, nota-se a concordância no comportamento da curva solução, ressalvada a diferença de formulação para o comportamento plástico empregada no programa.

Exemplo VI.5 - Análise de Fluência Com Tensão Constante

Um elemento de estado plano de tensões foi submetido a uma tensão trativa uniaxial de 1000 Pa na direção R. O elemento e suas condições de contorno encontram-se mostrados na figura (VI.6). Não são considerados efeitos de plasticidade e térmicos neste exemplo.

As propriedades do material e a lei de fluência uni-axial são:



ESTADO PLANO DE TENSÃO
ESPESSURA = 0,1 mm

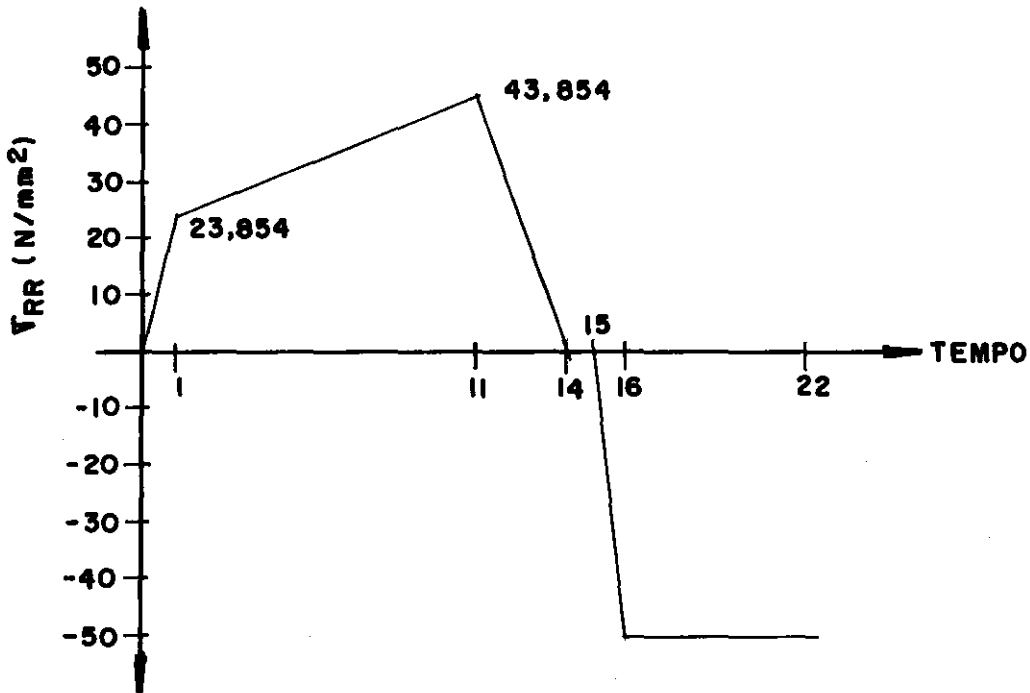
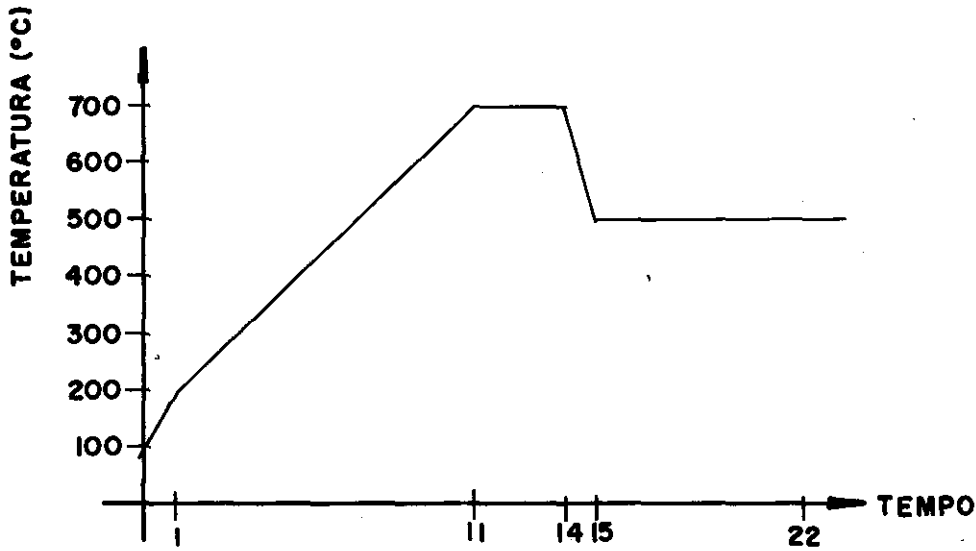


FIG.IV.4- ELEMENTO EM EPT COM TEMPERATURA E TENSÃO UNI-AXIAL

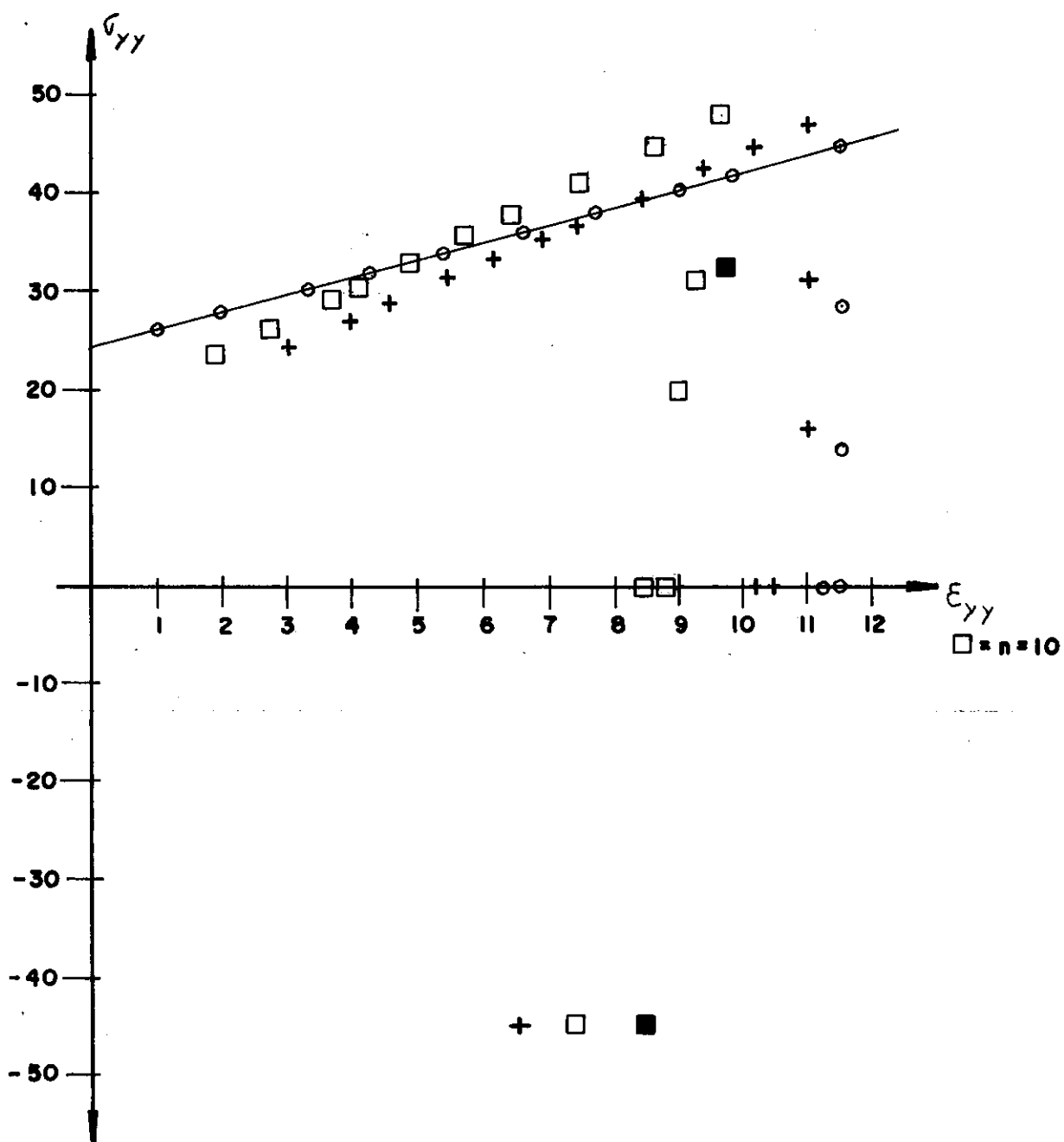


FIG.VI.5

$$E = 30 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\varepsilon_c = 6.4 * 10^{-18} \sigma^{4.4} t \quad (\text{m/m/h})$$

O objetivo deste exemplo foi verificar o comportamento das rotinas de fluência, quanto a precisão e estabilidade do algoritmo. Deve-se notar que a não consideração de efeitos térmicos implica na necessidade de anularmos o termo relativo à influência da temperatura na equação (IV.2).

Os resultados obtidos encontram-se mostrados na fig. (VI.7). Nota-se a boa concordância entre os valores calculados e esperados, destacando-se a correção do intervalo de tempo por rotinas internas, que impedem que haja instabilidade.

Exemplo VI.6 - Análise Elasto-plástica de um Cilindro de Paredes Espessas

Um vaso de pressão cilíndrico de paredes espessas é submetido a carregamento de pressão interna variável ao longo do tempo, provocando tensões acima de seu limite de escoamento. O modelo empregado na análise é constituído por 16 elementos axissimétricos, e encontra-se mostrado na fig. (VI.7.).

O material do cilindro é considerado elástico-perfeitamente plástico, e obedece ao critério de Von Mises. A variação da pressão interna ao longo do tempo encontra-se mostrada na figura (VI.8).

Nas fig. (VI.9a,b e c) estão representadas as tensões ao

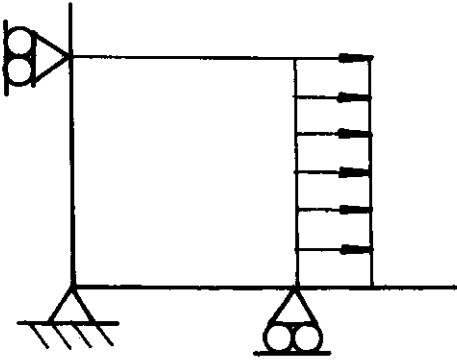


FIG.VI.6 - MODELO P/ANÁLISE DE FLUÊNCIA

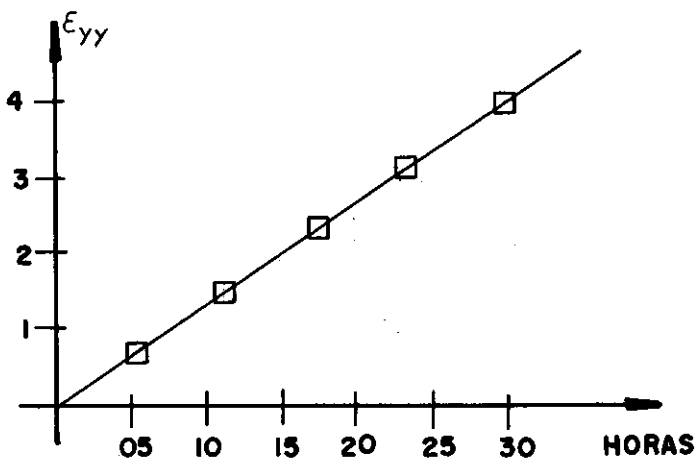


FIG.VI.7 - RESULTADO DA ANÁLISE DE FLUÊNCIA

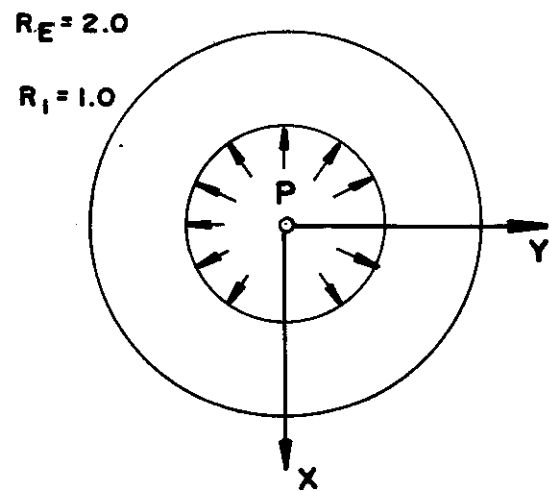
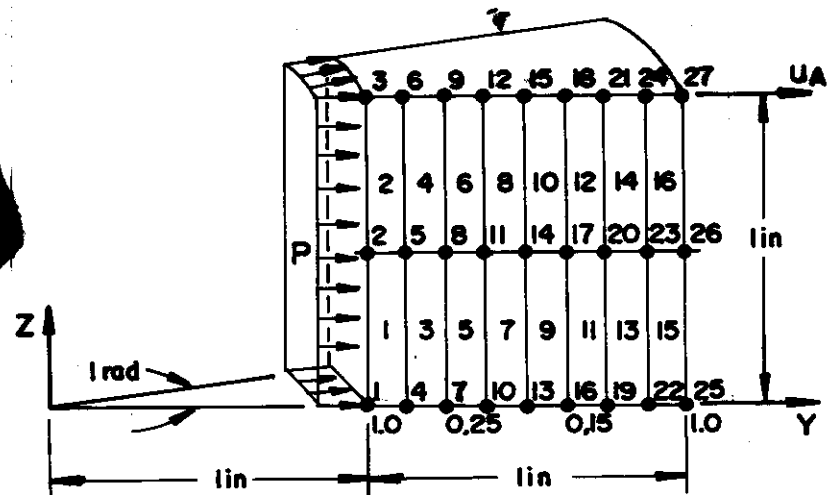


FIG.VI.8



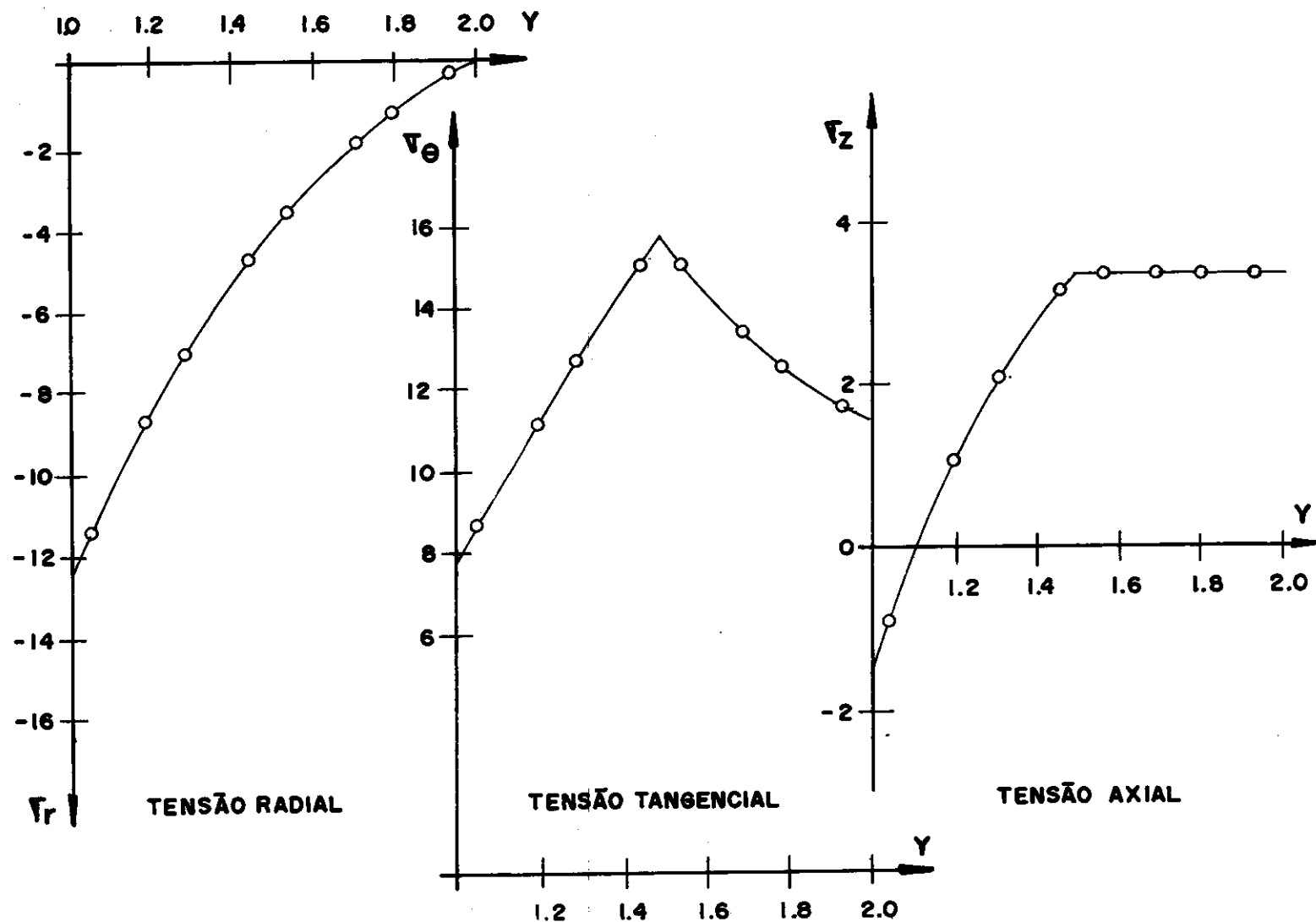


FIG.VI-9 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES $P/P = 12.6 \text{ MPa}$

longo da parede do cilindro para a pressão de 12.5 MPa. Nota-se a excelente concordância com os resultados esperados.

Exemplo VI.7 - Análise de Fluência de um Cilindro de Paredes Espessas

O cilindro de paredes espessas, cujo modelo está ilustrado na figura VI.10, foi submetido a uma pressão interna fixa de 365 MPa. Realiza-se então análise de fluência do mesmo, com o objetivo de observar a variação da tensão equivalente ao longo do tempo.

A equação de fluência que governa o comportamento do material é dada por:

$$\epsilon^c = 6.4 * 10^{-18} * \sigma^{4.4} * t$$

Na figura VI.11 estão indicados os valores calculados para as tensões efetivas nas superfícies interna e externa do cilindro. Conforme pode ser visto, obteve-se perfeita concordância com os resultados esperados.

Com respeito a este exemplo, deve ser destacada a importância das rotinas internas de cálculo do intervalo de tempo máximo para análise de fluência. Uma vez que a tensão varia com o tempo, e o intervalo de integração com a tensão, o uso deste tipo de rotina permite obter o máximo de velocidade de integração, enquanto assegura que não haverá problemas de instabilidade.

Rint. = .16

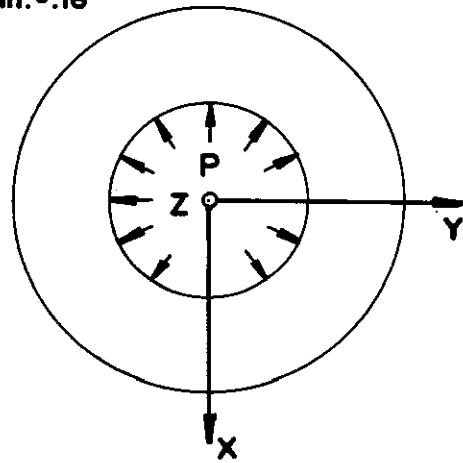
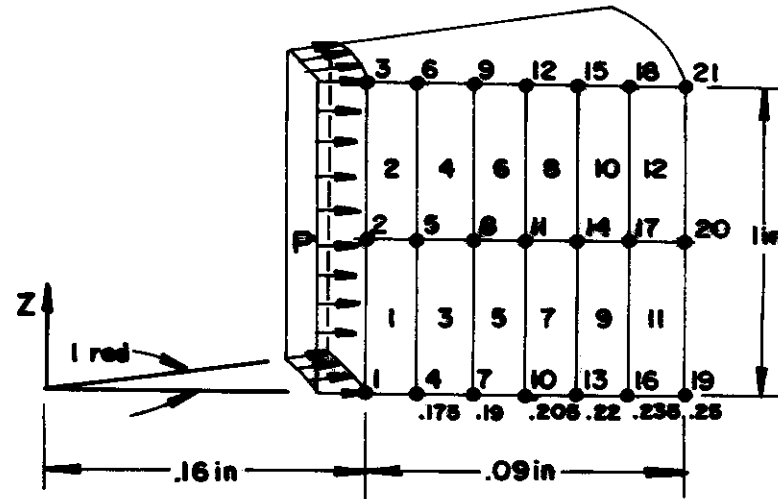


FIG. VI.10



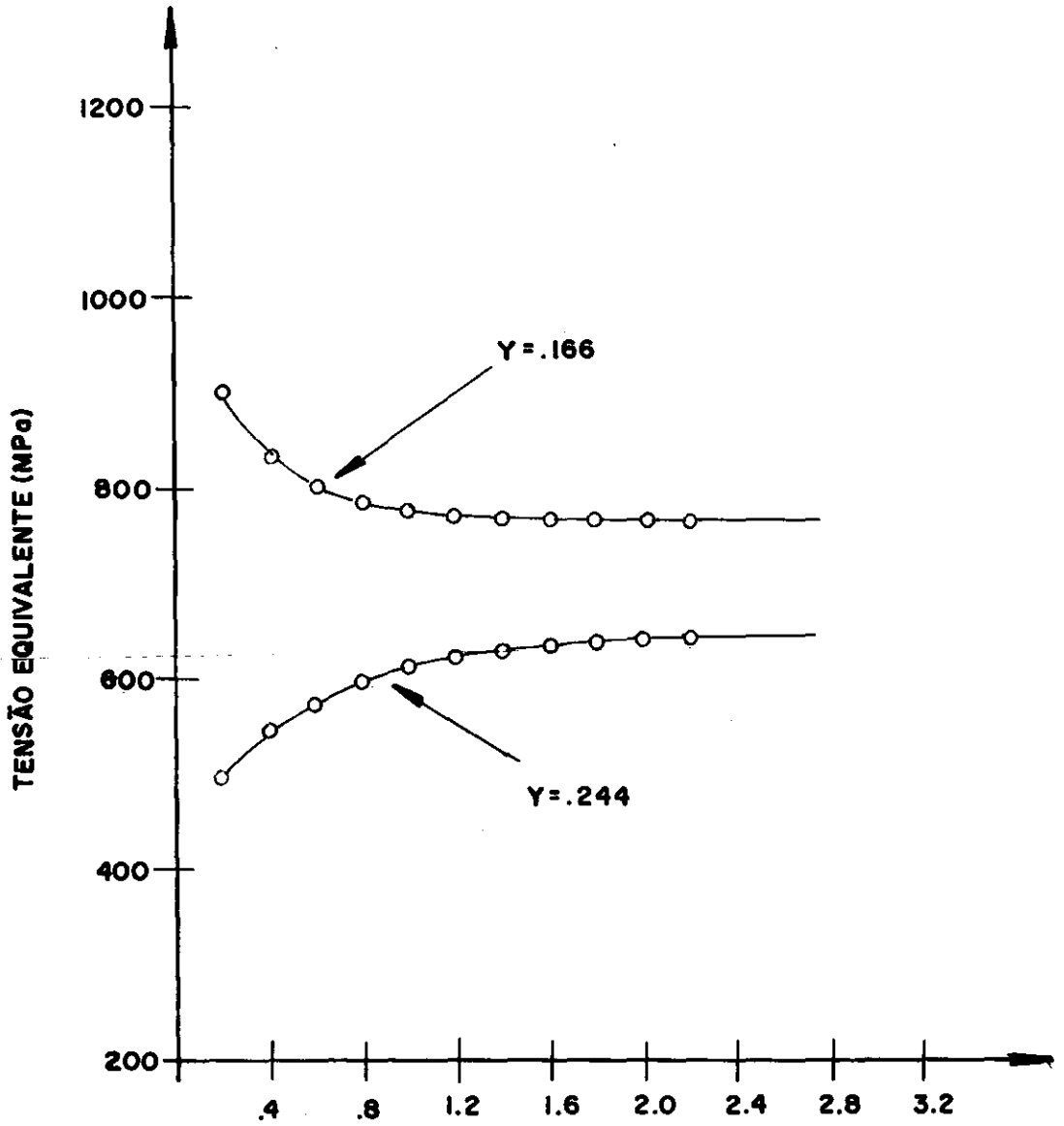


FIG.VI. 1,1

Exemplo VI.8 - Análise dos Acumuladores de 2000 Litros

Este exemplo baseia-se num caso real de trabalho do autor, e diz respeito a um conjunto de cinco vasos de pressão de 2000 litros, cuja pressão de trabalho é de 220 atm, e que operam a cerca de 30 anos em indústria siderúrgica nacional.

Devido ao tempo de operação, através de um processo erosivo-corrosivo, houve redução da espessura de parede do vaso abaixo do valor nominal de projeto, o que torna crítica a continuidade de sua operação. Segundo uma seguradora americana, especialista em riscos industriais, o efeito de um acidente com um destes vasos equivaleria a uma carga de 110 Kg de TNT.

O processo de análise baseou-se na medição da espessura real da parede e realização de teste hidrostático instrumentado com strain-gages, de forma a monitorar o comportamento e evitar acidentes. Objetivando aumentar a segurança das medições, realizou-se análise preliminar, utilizando o programa ATEPF.

Nesta análise foram considerados incrementos de pressão interna equivalentes aos que seriam aplicados durante o teste, agindo no modelo mostrado na figura (VI.8).

Os valores de deformação calculados são comparados aos medidos, conforme mostrado na tabela (VI.4). Mais uma vez nota-se a boa concordância entre os resultados.

Uma vez que as tensões críticas em um vaso encontram-se na superfície interna, onde ocorre estado tri-axial de tensões, o modelo foi também utilizado para prever as tensões

nesta superfície, tornando a análise mais completa e segura.

TABELA VI.4 - Resultados do Exemplo VI.B

Pressao (atm)	Valor Medido	ATEPF
50	145.	160.
100	305.	320.
150	460.	480.
200	620.	640.
220	680.	704.
230	710.	736.
240	750.	768.
250	780.	800.

CAPÍTULO VII - CONCLUSÃO

O resultado deste trabalho foi o desenvolvimento e implementação em micro-computador de um programa de elementos finitos para análise termo-elasto-plástica, incluindo fluência.

Neste programa foi dada ênfase especial à troca de calor por radiação, utilizando-se rotinas próprias para cálculo do fator de forma entre superfícies finitas, realizando análises térmicas em regime permanente e transiente.

Ao longo deste desenvolvimento procurou-se abordar os aspectos relativos a este processo, englobando a apresentação das equações constitutivas, métodos numéricos, esquemas computacionais e verificação do programa.

As equações constitutivas são as obtidas a partir da teoria clássica de incrementos para análise plástica e de fluência. Foram empregadas equações desenvolvidas especialmente para considerar estado multi-axial de tensões e transição do regime elástico para o plástico. Embora estas não possam ser aplicadas a todas as situações, limitando-se aos materiais que atendem a teoria de Von Mises, permitem que haja redução no esforço computacional, dada sua simplicidade, além de facilitarem a análise dos resultados obtidos.

Os métodos numéricos empregados foram selecionados objetivando simplicidade de implementação e eficiência, sendo

comumente usados em outros programas de elementos finitos. Foram introduzidas rotinas que facilitam o trabalho do usuário, como a verificação do máximo intervalo de tempo para análise de fluência. Estas rotinas visam atender à filosofia básica de desenvolvimento do código: minimizar a possibilidade de erro por parte do usuário, reduzindo o grau de especialização e conhecimento necessário para utilizá-lo corretamente.

Para que o programa possa ser utilizado em casos práticos, é necessário testá-lo e avaliá-lo. Este processo envolve os conceitos de verificação, qualificação e nível de confiança, já discutidos no Capítulo VI. Deve-se destacar que um programa relativamente grande, como é o caso do ATEPF, não pode ser verificado no sentido absoluto do conceito, e que o nível de confiança tende a aumentar com a sua utilização futura, se bem sucedida.

Ao longo deste trabalho foram apresentados vários exemplos numéricos, de forma a verificar a precisão e características operacionais do programa. Procurou-se abordar as diferentes facetas do ATEPF, obtendo-se, de uma forma resumida, os seguintes resultados:

- * as rotinas de cálculo do fator de forma foram testados contra resultados teóricos, sendo o erro médio encontrado inferior a 10% (para $A/R^2 = 1.0$), o que comprova seu bom funcionamento;

- * os resultados das análises térmicas mostraram a flexibilidade do programa para este tipo de análise, obtendo-se

excelentes resultados;

* os exemplos de análise linear elástica mostraram perfeita concordância com os obtidos através do programa COSMOS [23] e com os provenientes de medições reais. Estes resultados demonstram o acerto na escolha do esquema de integração, que permitiu a restrição do uso de dupla precisão a algumas subrotinas;

* os resultados das análises elasto-plástica e termo-elasto-plástica mostraram boa concordância com o programa ADINA [22]. Eventuais diferenças encontradas podem ser atribuídas ao processo de cálculo da rigidez e à diferença entre os computadores empregados;

* os exemplos para análise de fluência permitiram constatar a necessidade de rotinas internas para cálculo do intervalo de integração. Desta forma, obteve-se excelentes resultados para os exemplos apresentados, com o máximo de otimização de tempo de execução.

POTENCIAIS USOS PRÁTICOS

O objetivo básico do desenvolvimento deste programa é obter uma ferramenta útil para engenheiros, conciliando abrangência, precisão nos resultados, praticidade, aplicabilidade e redução de custos. Ao se iniciar este trabalho, já se tinha conhecimento de problemas reais a serem resolvidos para os quais não havia código similar e/ou os que existiam eram por demais complexos, ou onerosos, ou pouco práticos ou combi-

nação destas características.

Comenta-se brevemente a seguir três destes problemas, que representam casos reais já solucionados.

Problema 1 - Prensa de Forja

Uma prensa hidráulica de forja de 800 toneladas de força, empregada na indústria siderúrgica, possui um cabeçote mostrado na figura VII.1. Este é uma estrutura fundida de aço, com paredes de cerca de 5 polegadas de espessura, responsável pelo forjamento do material de trabalho.

Este cabecote é impactado contra o material através de 4 colunas, conforme mostrado na figura VII.2. O material era constituído originalmente por tarugos de até 2400 Kg, que estavam a cerca de 1100 graus centígrados, e depois alterado para tarugos de até 12000 Kg, à mesma temperatura.

Decorridos cerca de 5 meses desta modificação operacional, surgiram trincas passantes no cabeçote que, após reparadas, tornaram a ocorrer, praticamente condenando o equipamento face às novas condições de trabalho.

A fim de tentar salvar o equipamento foi realizada análise, da qual este autor participou, através de modelo em elementos finitos e medições de tensão "IN LOCO", utilizando strain gages elétricos para alta temperatura.

O modelo em elementos finitos foi rodado no programa

GIFTS, conforme descrito em [33], considerando apenas o carregamento mecânico. Neste modelo não foi considerado o efeito do fluxo de calor trocado por radiação com o tarugo, pois, conforme mostra a figura VII.2, a posição relativa entre as superfícies implica em aquecimento diferenciado ao longo do cabeçote, o que exigiria o cálculo do fator de forma entre as superfícies. O programa usado não permite que este tipo de cálculo seja feito.

O resultado das medições permitiu constatar os seguintes fatos:

- i) com o tarugo a frio, ou seja, à temperatura ambiente, foram medidos valores bem próximos aos calculados pelo modelo;
- ii) com o tarugo à temperatura normal de trabalho, foram medidas tensões significativamente diferentes das calculadas e medidas a frio, suficientes para causar fadiga do material. Estas tensões, que aumentavam significativamente quando operava-se com o tarugo de 12000 Kg, eram as responsáveis pelo surgimento das trincas e não podiam ser calculadas através do modelo. Consequentemente não era viável empregar o método dos elementos finitos para analisar eventuais soluções.

Embora houvesse programas que permitissem o cálculo do fluxo de calor por radiação, o grau de complexidade de modelação, tamanho da malha e custo de execução tornava-os proibitivos. Foi utilizado outro processo de cálculo, que permitiu que o problema fosse resolvido, ainda que de forma conservativa.

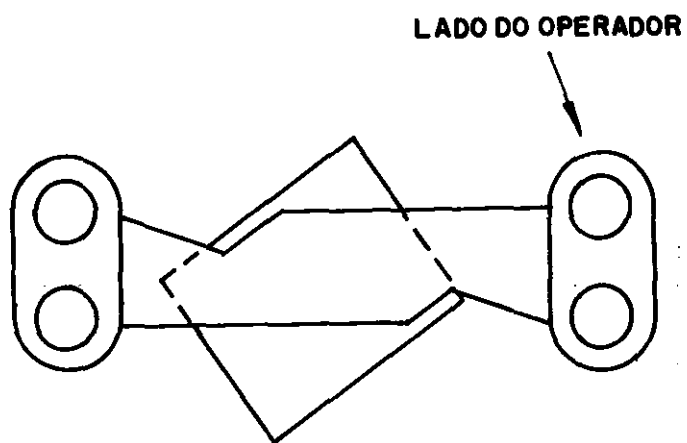


FIG.VII.1- VISTA SUPERIOR

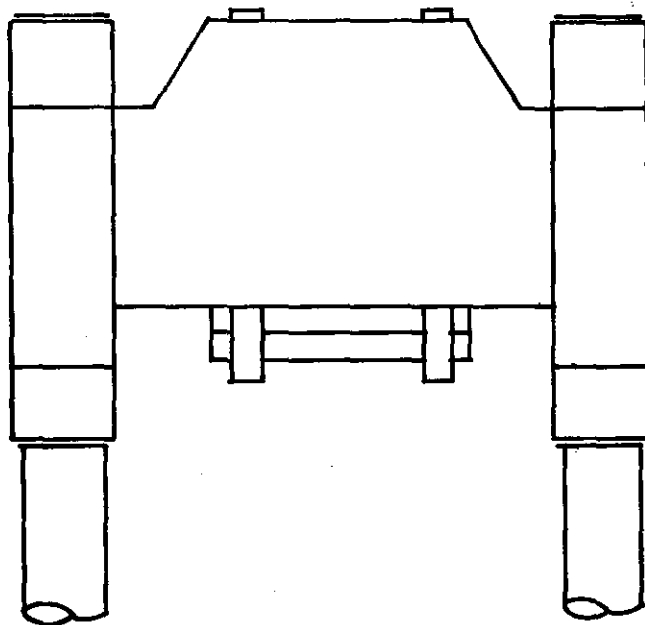


FIG.VII.2 -VISTA FRONTAL

O programa ATEPF permitiria realizar estes cálculos de maneira simples e rápida, com custo muito reduzido. Este exemplo real ilustra um caso típico de utilização do programa, onde as outras opções são mínimas, e que pode ser estendido a outros equipamentos e estruturas, sujeitos a condições semelhantes.

Problema 2 - Processo de Têmpera em Linha

Foi desenvolvido recentemente um processo de têmpera em linha de laminação de aço para construção civil. Desta forma é possível obter produtos (vergalhões e arames) com a camada externa temperada, enquanto o núcleo permanece dútil, resultando em materiais de alta resistência mecânica e tenacidade elevada, dispensando a adição de elementos de liga e reduzindo o custo de fabricação.

A dificuldade deste processo é a determinação da velocidade de laminação que, juntamente com a vazão de água de resfriamento, é a responsável pela velocidade de troca de calor. Estes parâmetros permitem controlar a espessura da camada temperada, evitando fragilizar o material e, simultaneamente, garantindo um valor mínimo de resistência mecânica.

Uma vez que a têmpera é realizada durante o processo de laminação, o método de cálculo deve permitir análise transiente não-linear. O ATEPF mostra-se indicado para análises deste tipo, uma vez que permite considerar a variação dos coeficientes de troca de calor ao longo do tempo, de forma não-linear, permitindo a realização da simulação de condições próximas a da linha de laminação.

Problema 3 - "Ratcheting" em Vaso de Coque

Um vaso de coque de forma cilíndrica operando em indústria nacional é submetido a ciclos de aquecimento e resfriamento durante sua operação normal. Este vaso apoia-se em uma saia também cilíndrica, instalada na região de transição entre o tampo e o corpo do vaso.

Esta saia deforma-se plasticamente em cada ciclo operacional, devido ao processo brusco de resfriamento necessário à fabricação do produto.

Esta deformação permanente acumula-se a cada ciclo operacional, levando à remoção da saia antes que esta falhe por flambagem. É um caso típico de análise termo-elasto-plástica, não-linear, onde o aspecto térmico exerce importante papel.

O ATEPF poderia ser utilizado na análise deste problema, uma vez que abrange todos os fenômenos envolvidos, exceto o de flambagem.

DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Para facilitar o trabalho de análise por parte do usuário, é necessário introduzir recursos gráficos e tornar a entrada de dados mais interativa. Além disto, para aumentar sua capacidade de modelação, deve-se ampliar a biblioteca de elementos e otimizar a utilização de memória.

Estas providências são, embora trabalhosas, relativamente fáceis de serem implementadas, uma vez que encontram-se dis-

poníveis na literatura rotinas para os elementos, e o programa foi concebido de forma modular. Há outros aspectos que devem ser desenvolvidos para torná-lo mais abrangente, que requerem bem mais trabalho e tempo.

Para que se possa representar realmente o comportamento de uma estrutura ou equipamento, é necessário que o programa contenha outras características dos materiais reais. Os aspectos térmicos, linear e plástico estão, de uma maneira geral, bem representados no código atual; entretanto há uma lacuna quanto aos tipos de falha, que deveriam considerar fratura por propagação de trincas e fadiga do material.

Estas devem ser as principais etapas a serem desenvolvidas: acrescentar rotinas que permitam avaliar o material quanto à fadiga e ao risco de propagação de trincas. Considerando o que já foi realizado, estas rotinas irão interagir com as implantadas, buscando cobrir o espectro de comportamento estático dos materiais mais comuns encontrados na indústria.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HSU, T. R., "The Finite Element Method in Thermomechanics", Boston, Allen & Unwin Inc., 1986.
- [2] HOLMAN, J.P., " Thermodynamics", New York, McGraw-Hill, 1981.
- [3] HOLMAN, J.P., "Heat Transfer", New York, McGraw-Hill, 1981
- [4] INCROPERA, F.P.; DEWITT, D. P., "Fundamentals of Heat Transfer", New York, John Wiley and Sons, 1981.
- [5] ADAMS, J.A.; ROGERS, D.F., "Computer Aided Heat Transfer Analysis", Tokyo, McGraw-Hill-Kogakusha, 1973.
- [6] HEIRZBERG, H., Fundamentos da Física Quântica, São Paulo, Editora Campus, 1979.
- [7] OLIVEIRA, R., Manual de Termodinâmica e Transmissão de Calor, São Paulo, Grêmio Politécnico, 6ª Edição, 1980.
- [8] "NASTRAN User's Manual", Control Data do Brasil, 1978.
- [9] VILELA, R. L., Estudo Comparativo de Algoritmos de Integração Direta Aplicados a Problemas de Condução de Calor Transiente, Tese M. Sc., COPPE/UFRJ, 1983.
- [10] PROESCHEL, R.A., Cosmic Program - MSC -19892- Rockwell Publishing , 1981.

- [11] DESAI, C.S.; ABEL, J.F. "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostrand Co., 1972.
- [12] OWEN, D.R.J.; HINTON, E., "A Simple Guide to Finite Elements", Swansea, Pineridge Press Ltd., 1980.
- [13] BATHE, K. J., "Finite Elements Procedures in Engineering Analysis", New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1982.
- [14] FERRANTE, A.J., Curso de Elementos Finitos 1 e 2, COPPE/UFRJ, 1980
- [15] Wilson, E.L.; Nickel, R.E., "Applications of The Finite Element Method to Heat Conduction Analysis", Nuclear Engineering and Design, 4:276 a 286, 1966.
- [16] BORESI, A.P.; SIDEBOTTOM, O.M., "Advanced Mechanics of Materials", New York, John Wiley & Sons, 4th Edition, 1985.
- [17] TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N., "Teoria da Elasticidade", Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois, 3^a Edição, 1983.
- [18] MENDES, M.F.; OLIVEIRA, W.G.R., Análise Experimental de Tensões, São Paulo, Associação de Engenharia Automotiva (AEA), 2^a Edição, 1988.
- [19] CHIAVERINI, V., "Tecnologia Mecânica", São Paulo, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1979.
- [20] TSELIKOV, A., "Stress and Strain in Metal Rolling", Moscow, Mir Publishers, 1967.

- [21] UGURAL, A.C.; FENSTER, S.K., "Advanced Strength and Applied Elasticity", - Elsevier Publishing Co. - 1975.
- [22] SNIDER, M., "An Effective Solution Algorithm for Finite Elements Thermo-elastic-plastic and Creep Analysis", PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1980.
- [23] STRUCTURAL RESEARCH and ANALYSIS CORPORATION, "Cosmos/M User's Guide", 1986.
- [24] KRAUS, H., "Creep Analysis", New York, John Wiley and Sons, 1980.
- [25] MANSON, J., "Thermal Stress and Low-Cycle Fatigue", Florida, Krieger Publishing, 1981.
- [26] PENNY, R.K.; MARRIOTT, D.L., "Design for Creep", New York, McGraw Hill - 1971.
- [27] SORIANO, H.L., Técnica do Número Grande, Revista Escola de Minas, 1985.
- [28] DAVIS, P.F.; KABINOWITS, P., "Methods of Numerical Integration", Academic Press, 2nd Edition, 1984.
- [29] SHIH, T.M., "Numerical Heat Transfer", New York, Springer-Verlag, 1984.
- [30] ASM, "Metals Reference Handbook", Ohio, American Society of Metals, 1983.
- [31] HINTON, E.; OWEN, D.R.J., "Finite Elements in Plasticity

" .124.
Theory and Practice ", Swansea, Pineridge Press Ltd., 1980.

- [32] BATHE, K.J., "ADINAT - A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis of Temperature", Boston, M.I.T., 1977.
- [33] SILVA NETO, S.F., O Sistema "GIFTS" de Elementos Finitos: Implantação no Computador Burroughs B-6700/B-6800, Rio de Janeiro, Tese M. Sc., COPPE/UFRJ, 1986.
- [34] MACHERAUCH, E., "Introduction to Residual Stress," Advances in Surface Treatments, n° 4, 1987.
- [35] SHIH, C.F.; DELORENZI, H.G., "A Stable Computational Schemes for Still Time-dependent Constitutive Equations," Procedures of 4th SMIRI Conf., San Francisco, 1977.
- [36] COUTINHO, A.L.G.A.; EBECKEN, N.F.F.; LANDAU, L.; LIMA, E. C.P.; WROBEL, L.C., Solução Modal de Problemas Transientes Térmicos pelo Método de Lanczos Truncado, VII Congresso Latino-Americano e Ibérico sobre Métodos Computacionais para Engenharia, 1987.
- [37] BATHE, K.J.; KHOSHGOFTAAR, M.R., Finite Element Formulation and Solution of Nonlinear Heat Transfer, Nuclear Engineering and Desing, n° 51, 1979.
- [38] CORMEAU, I. C., Viscoplasticity and Plasticity in the Finite Element Method, Swansea, Tese University of

Wales, 1976.

- [39] BRESCIANI FILHO, E., Seleção de Materiais Metálicos, Campinas, Editora da UNICAMP, 2^o Edição, 1988.
- [41] MICROSOFT, Fortran Optimizing Compiler - User's Guide, Microsoft Corporation, 1987.
- [42] MICROSOFT, Fortran Optimizing Compiler - Language Reference, Microsoft Corporation, 1987.
- [43] CHEN, W.F.; HAN, D.J., Plasticity for Structural Engineers, New York, Springer-Verlag, 1988.

APÊNDICE A

ALGUNS ASPECTOS SOBRE TROCA DE CALOR POR RADIAÇÃO

Lei de Stefan-Boltzman

A distribuição espectral da intensidade de radiação foi determinada por Planck [4,6], para um corpo emissor perfeito, denominado corpo negro. A partir desta determinação foi possível representar a energia emitida (E_b), por unidade de tempo, por unidade de área, para cada comprimento de onda (λ), considerando um corpo negro, conforme a equação:

$$E_{b,\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (A.1)$$

onde C_1 e C_2 são constantes.

Para determinar qual a energia emitida (E_b) por todo o espectro é necessário integrar a equação A.1 para todos os comprimentos de onda, obtendo-se:

$$E_{b,\lambda}(\lambda, T) = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} d\lambda \quad (A.2)$$

Realizando-se esta integração obtém-se:

$$E_b(T) = \sigma T^4 \quad (A.3)$$

onde σ é uma constante e T é a temperatura da superfície, em Kelvin.

A equação (A.3) é conhecida como Lei de Stefan-Boltzman, e a constante σ é conhecida como constante de Stefan-Boltzman e seu valor numérico é de $\sigma = 5,670 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$.

Esta equação, de aspecto simples, é extremamente importante no cálculo da emissão de energia, pois permite calcular a energia total emitida por um corpo negro, em todas as direções, apenas conhecendo-se a temperatura da superfície.

Emissividade

Entretando, a equação (A.3) não pode ser aplicada às superfícies normalmente encontradas, uma vez que foi desenvolvida para um corpo negro, que, por definição, é um emissor perfeito, enquanto que as superfícies reais apresentam alguns tipos de imperfeições. Para que se possa utilizá-la é necessário definir um parâmetro que permita comparar a superfície real com a do corpo negro.

Este parâmetro, no caso da emissão por radiação, é chamado de emissividade, e é adimensional. No caso de superfícies receptoras, o parâmetro utilizado é a

absortividade. Uma vez que a emissividade é numericamente igual à absortividade, ao longo deste trabalho será utilizado apenas o termo emissividade, englobando tanto superfícies que emitem como às que recebem.

Embora a emissividade seja uma característica de cada superfície, ela é também função do comprimento de onda e da temperatura. Para fins de uso prático em engenharia, define-se a emissividade total ($\varepsilon(T)$) como sendo a razão entre as energias total emitida em todos os comprimentos de onda para a superfície real e a negra. Portanto:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} \quad (A.4)$$

A equação (A.3) torna-se então:

$$E(T) = \varepsilon(T) E_b(T) = \varepsilon(T) \sigma T^4 \quad (A.5)$$

Determinação do Fator de Forma

O fator de forma na radiação, conforme definido na equação (II.8), no capítulo II, representa o quanto da energia emitida por uma superfície atinge outra, em relação à energia total emitida. Na sua determinação é necessário considerar as características geométricas das superfícies envolvidas, e a orientação relativa entre elas.

Para desenvolver uma expressão geral para esta grandeza,

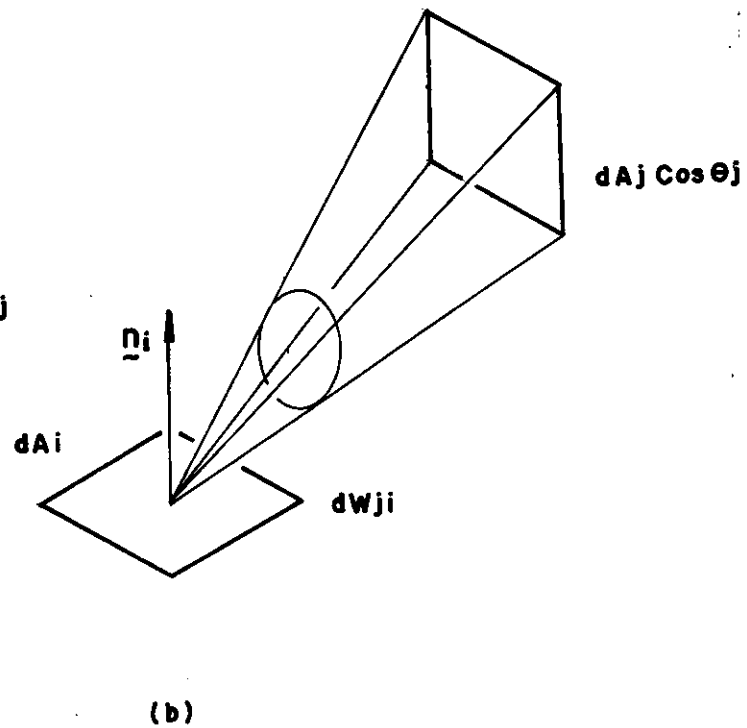
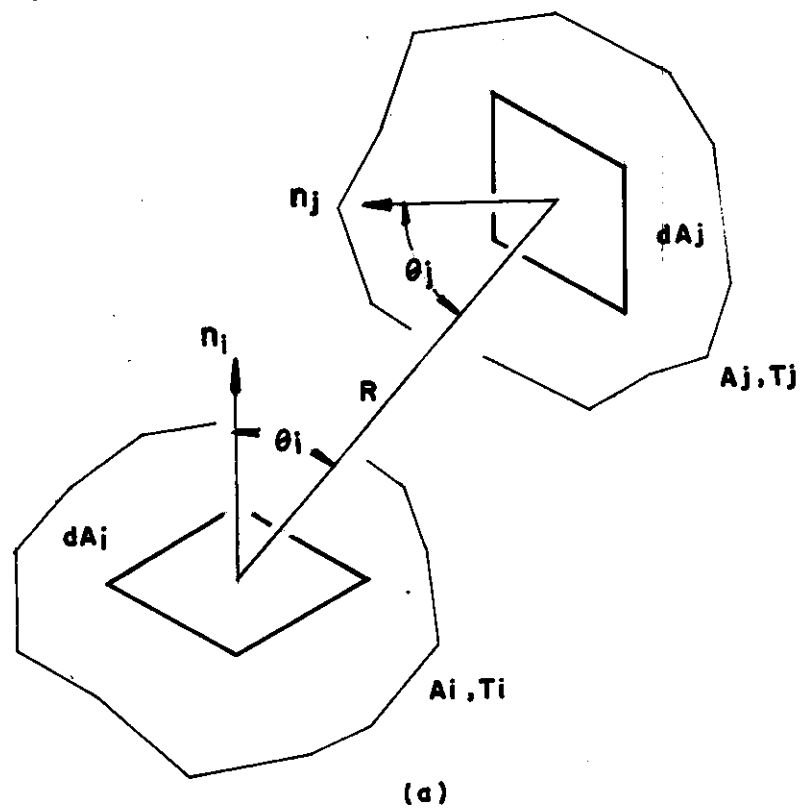


FIG. A.1

consideramos as superfícies 1 e 2 de orientação quaisquer, indicadas na figura (A.1a), onde:

A_i, A_j = área das superfícies 1 e 2 respectivamente

R = comprimento do segmento de reta que une os elementos dA_i e dA_j

dA_i, dA_j = áreas elementares das superfícies 1 e 2

\vec{n}_i, \vec{n}_j = vetores normais às áreas elementares dA_i e dA_j

α_i, α_j = ângulo entre os vetores normais e o segmento de reta

O fator de forma entre dA_i e dA_j é calculado entre as projeções das áreas elementares na direção transversal ao segmento de reta R , conforme representado na fig (A.1.b), para a área dA_j . Tendo em vista que a intensidade de radiação se distribuiu ao longo de todo o hemisfério superior à superfície, os fatores de forma entre as superfícies 1 e 2 podem ser calculados, conforme [4], por:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{(\cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_j)}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (A.6a)$$

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{(\cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_j)}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (A.6b)$$

Das equações (A.6) torna-se evidente que:

$$F_{ij} A_i = F_{ji} A_j \quad (A.7)$$

APÊNDICE B

EFEITO DE SUPERFÍCIES INTERMEDIÁRIAS NO CÁLCULO DO FATOR DE FORMA

O Algoritmo FATFOR, apresentado no item (II.4.2), permite considera o efeito de elementos que bloqueem o fluxo de calor entre as superfícies de interesse. Estes elementos podem ser corpos externos ou protuberâncias das superfícies e serão referidos como elementos de sombra ao longo deste trabalho.

Na figura B.1 encontra-se representada a situação de sombreamento.

O vetor $\vec{S}_{i,j,k}$, que está no plano do elemento de sombra é calculado, conforme pode ser visto na fig (B.1.6), por :

$$\vec{S}_{i,j,k} = c \vec{R}_{j,k} - \vec{B}_{j,i} \quad (B.1)$$

onde:

$\vec{S}_{i,j,k}$ = vetor que une o ponto médio do i-ésimo elemento do corpo de sombra, ao ponto onde $\vec{R}_{j,k}$ intercepta o plano deste elemento.

$\vec{R}_{i,j,k}$ = vetor que une o j-ésimo elemento da superfície 1 ao k-ésimo elemento da superfície 2.

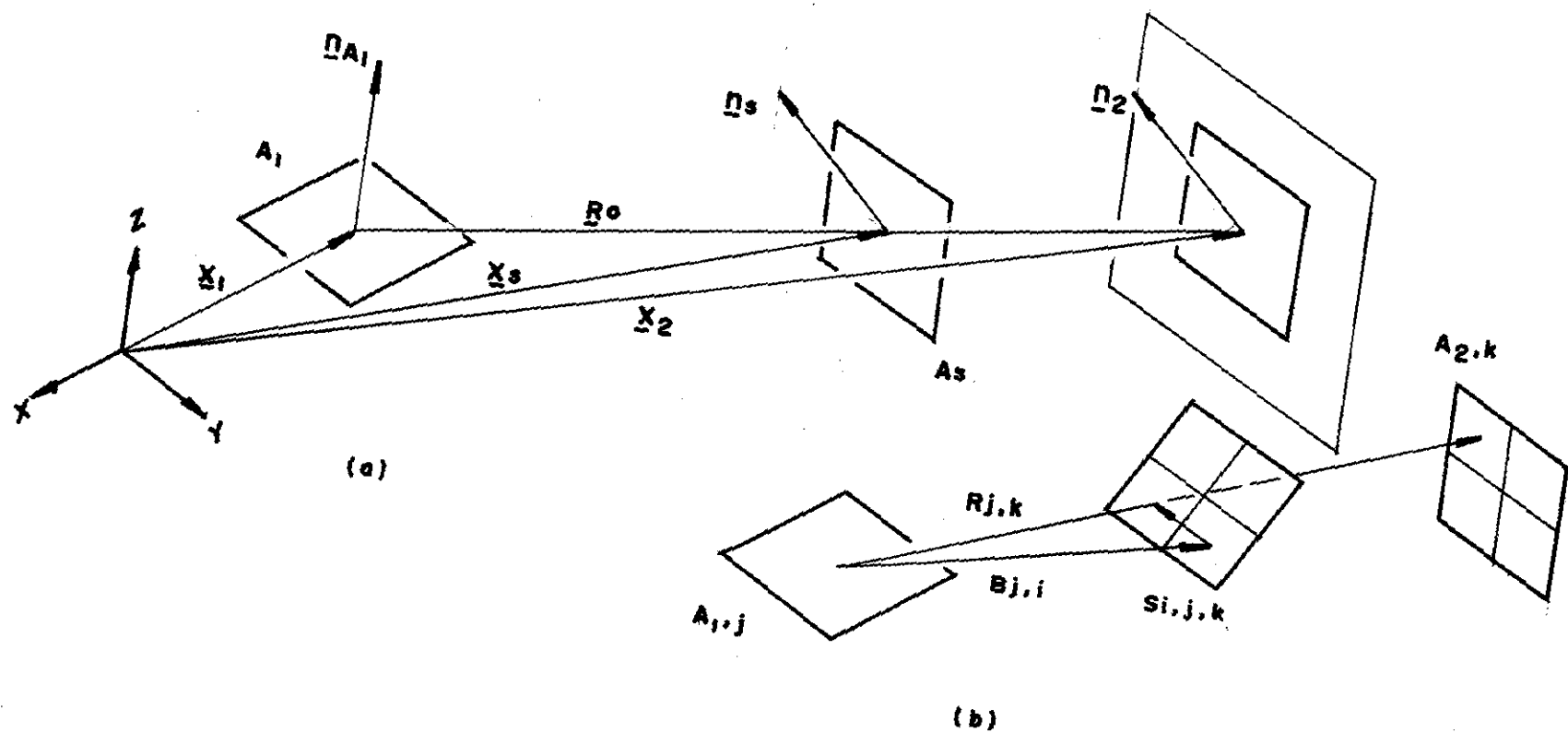


FIG. B.1

$\vec{B}_{j,i}$ = vetor que une o j-ésimo elemento da superfície 1

($A_{1,j}$) ao i-ésimo elemento do corpo de sombra ($A_{s,i}$).

c = é um escalar que permite localizar o plano de $A_{s,i}$ em termos de $\vec{R}_{j,k}$

O valor de c é calculado usando o fato que o vetor $\vec{S}_{i,j,k}$ é perpendicular ao vetor normal de $A_{s,i}$. Portanto:

$$\vec{S}_{i,j,k} \cdot \vec{N}_{s,i} = 0 \quad (B.2)$$

Onde $\vec{N}_{s,i}$ = vetor normal à superfície,

$$c \vec{R}_{j,k} \cdot \vec{N}_{s,i} - \vec{B}_{j,i} \cdot \vec{N}_{s,i} = 0 \quad (B.3)$$

e portanto:

$$c = \frac{\vec{B}_{j,i} \cdot \vec{N}_{s,i}}{\vec{R}_{j,k} \cdot \vec{N}_{s,i}} \quad (B.4)$$

O elemento $A_{2,k}$ estará bloqueado para o elemento $A_{1,j}$, pelo elemento i-ésimo de sombra se ambos os seguintes critérios forem atendidos:

$$0.0 < c < 1.0 \quad (B.5)$$

$$|\vec{S}_{i,j,k}| \cdot |\vec{S}_{i,j,k}| \leq \frac{A_{s,i}}{2} \quad (B.6)$$

onde $A_{s,i}$ = área do i-ésimo elemento do corpo de sombra.

APÊNDICE C

RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO FATFOR

Para verificação da validade do algoritmo FATFOR, o mesmo foi confrontado com os resultados teóricos obtidos para várias geometrias simples, disponíveis na literatura [3,4,5,7]. Serão apresentados aqui os resultados para duas destas configurações, mostradas nas figuras (C.1) e (C.2).

A figura (C.1) ilustra a situação de superfícies retangulares paralelas, de mesmas dimensões. Esta configuração foi escolhida por ser a mais favorável ao algoritmo, que foi desenvolvido a partir de uma situação inicial semelhante a esta. Os resultados obtidos encontram-se nas tabelas (C.1) a (C.6), para diferentes valores de distância entre as superfícies e de refinamento da malha.

A figura (C.2) ilustra a situação de superfícies retangulares perpendiculares, de mesmas dimensões, unidas por um lado comum. Foi escolhida por ser a mais desfavorável ao algoritmo, uma vez que representa o oposto à configuração anterior. Os resultados são apresentados nas tabelas (C.7) a (C.13).

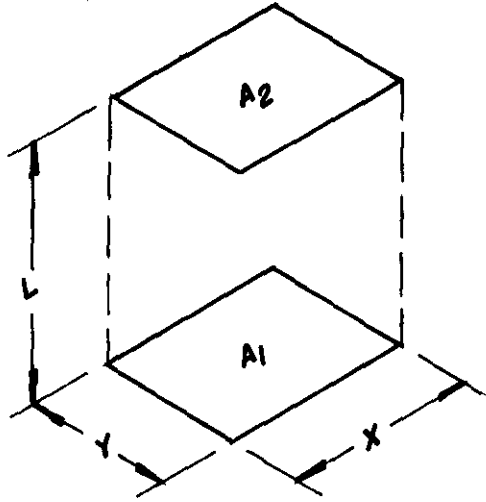


FIG. C.1 - RETÂNGULOS PARALELOS

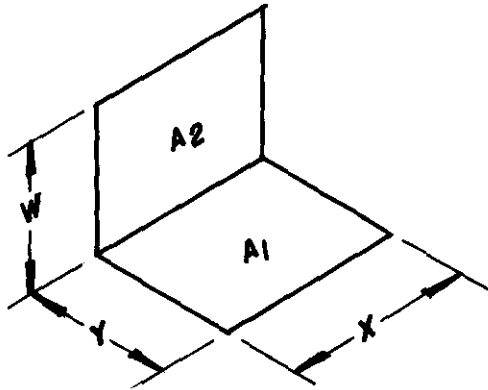


FIG. C.2 - RETÂNGULOS PERPENDICULARES

TABELA C.1 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 0.1$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.003	0.003	0.0
1	16	0.003	0.003	0.0
4	4	0.003	0.003	0.0
4	16	0.003	0.003	0.0
16	16	0.003	0.003	0.0

TABELA C2 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 0.2$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.012	0.012	0.0
1	16	0.012	0.012	0.0
4	4	0.012	0.012	0.0
4	16	0.012	0.012	0.0
16	16	0.012	0.012	0.0

TABELA C.3 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 0.4$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.046	0.046	0.0
1	16	0.046	0.046	0.0
4	4	0.046	0.046	0.0
4	16	0.046	0.046	0.0
16	16	0.046	0.046	0.0

TABELA C.4 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 1.0$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.220	0.200	10
1	16	0.208	0.200	4.0
4	4	0.200	0.200	0.0
4	16	0.203	0.200	1.5
16	16	0.200	0.200	0.0

TABELA C.5 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 2.0$

Nº. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.543	0.415	31
1	16	0.469	0.415	13
4	4	0.417	0.415	0.5
4	16	0.438	0.415	5.5
16	16	0.409	0.415	1.4

TABELA C.6 - RETANGULOS PARALELOS - $X/L = Y/L = 4.0$

Nº. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	1.00	0.632	58
1	16	1.00	0.632	58
4	4	0.703	0.632	11
4	16	0.880	0.632	39
16	16	0.612	0.632	3.2

TABELA C.7 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 0.1$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.272	0.28	2.9
1	16	0.223	0.28	20
4	4	0.238	0.28	15
4	16	0.202	0.28	27
16	16	0.248	0.28	11

TABELA C.8 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 0.2$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.288	0.27	6.7
1	16	0.182	0.27	32
4	4	0.300	0.27	11
4	16	0.218	0.27	19
16	16	0.306	0.27	13

TABELA C.9 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 0.4$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.284	0.25	14
1	16	0.276	0.25	10
4	4	0.279	0.25	12
4	16	0.279	0.25	12
16	16	0.271	0.25	8.4

TABELA C.10 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 1.0$

No. DE ELEMENTOS		F 12	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.135	0.20	32
1	16	—	—	—
4	4	0.225	0.20	13
4	16	0.202	0.20	1.0
16	16	0.200	0.20	0.0

TABELA C.11 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 2.0$

No. DE ELEMENTOS		F ₁₂	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.132	0.147	10
1	16	0.142	0.147	3.4
4	4	0.150	0.147	2.0
4	16	0.150	0.147	2.0
16	16	0.147	0.147	0.0

TABELA C.12 - RETANGULOS PERPENDICULARES - $W/X = Y/X = 4.0$

No. DE ELEMENTOS		F ₁₂	SOLUCAO EXATA	ERRO PERCENTUAL
A1	A2			
1	1	0.07	0.10	30
1	16	0.08	0.10	20
4	4	0.09	0.10	10
4	16	0.10	0.10	0.0
16	16	0.10	0.10	0.0

APÊNDICE D

DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS

Neste apêndice descreve-se, de forma resumida, a função de cada uma das subrotinas que constituem o programa ATEPF. Desta forma tem-se:

MAIN - representa o programa principal, e chama as principais subrotinas de cada tipo de análise.

Bloco I - Entrada de Dados

MESH - lê as características geométricas e de carregamento mecânico da estrutura;

PRPRTY - lê as propriedades de cada material, para um máximo de cinco condições de temperatura e taxa de deformação.

Bloco II - Análise Térmica

ADCON - constrói as matrizes de condutividade e capacidade térmica para cada elemento;

BACKS - calcula a retro-substituição para cálculo dos incrementos de temperatura;

BANTIM - multiplica uma matriz banda por um vetor;

CONDUC - calcula a condutividade e capacidade térmica de cada elemento;

FLOTEM - calcula as propriedades térmicas em função da temperatura;

FLOW - calcula os fluxos de calor na fronteira e as condições de temperatura prescrita;

HETDAT - lê dados térmicos e condições de contorno;

SOLVE - monta e resolve o sistema de equações térmicas;

THERM - gerencia a análise térmica;

TRIA - triangulariza a matriz de condutividade equivalente;

RAD1 - gerencia o cálculo do fator de forma;

RAD2 - lê e armazena os dados da estrutura secundária;

RAD3 - calcula as áreas e os vetores normal e posição de cada elemento;

FATFOR - calcula o fator de forma

Bloco III - Análise Mecânica

BANSOL - resolve o sistema de equações em banda, calculando os incrementos de deslocamento usando eliminação gaussiana;

CONSET - calcula os termos $\frac{\partial F}{\partial \varepsilon}$ e $\frac{\partial F}{\partial T}$ da equação constitutiva e o novo valor da tensão de escoamento, para encruamento isotrópico;

CONTOT - calcula os termos da equação constitutiva para cada elemento;

CSUBE - calcula a matriz tensão-deformação elástica;

CSUREP - calcula a matriz tensão-deformação elasto-plástica para encruamento isotrópico;

INTER - calcula numericamente a matriz de rigidez dos elementos;

KINSLO - calcula a matriz tensão-deformação elasto-plástica para encruamento cinemático;

KITENS - calcula o desviatório de tensões e deformações, e o tensor transladado, para encruamento cinemático;

KNCONS - equivale ao CONSET, para encruamento cinemático;

KNQUAD - avalia a equação constitutiva, matriz de rigidez e relação tensão-deformação para encruamento cinemático;

MATDEL - calcula as tensões a partir da deformação efetiva;

MODIFY - altera as matrizes de rigidez e de carregamento, em função das condições de contorno;

NTRPLT - calcula as propriedades mecânicas, em função da temperatura e taxa de deformação do elemento;

QUAD - gerencia várias subrotinas, calculando as matrizes de rigidez e tensão-deformação para cada elemento;

STIFF - monta a matriz de rigidez global e o vetor de cargas;

STRESS - calcula as deformações e tensões, utilizando outras subrotinas; checa se há escoamento e calcula o parâmetro de carregamento/descarregamento;

SYMINV - inverte a matriz tensão-deformação elástica;

TRISTF - calcula a rigidez equivalente do material, considerando estado multi-axial de tensões.

Bloco IV - Análise de Fluência

CREEP - gerencia a análise de fluência;

DEPCI - calcula a deformação por fluência;

FUCR - calcula a equação de Norton

PCREEP - calcula as cargas nodais devido a fluência.

APÊNDICE E

MANUAL DO PROGRAMA ATEPF

E.1 - INTRODUÇÃO

O programa ATEPF foi desenvolvido para permitir a realização dos seguintes tipos de análise:

- (1) Análise estática de tensões nos regimes elástico e plástico;
- (2) Análise de transferência de calor nos regimes transiente e permanente;
- (3) Análise de Fluência;
- (4) Combinação dos casos acima.

E.2 - ENTRADA DE DADOS

<u>LINHA</u>	<u>VARIÁVEIS</u>	<u>FORMAT</u>
(1)	HED.....	18A4
(2)	NUMMAT, NRMAX, NPP, NOLOADS, JOBTYP, Q.....	5I5, E10.0

- (3) IOPRNT, IOPRSP, IOGEOM, IOREVL, KINHAR....5I5
- (4) Opcional, apenas para fluência
COEF, ENC, ACTQ, RCONT, DT00, T11, T12....7E10.0
- (5) Opcional, apenas para IOPRSP = 1
IPSNDD, IPSELR, IPSELS.....3I5
- (6) As linhas (6) a (18) não devem ser utilizadas para análise
térmica apenas (JOBTYP = 1 ou 2)
MTYPE, NUMTC, NUMSTRC, DENSTY.....3I5, E10.0
- (7) Temperaturas (T1 a T5).....5E10.0
- (8) Módulo de Elasticidade Long. (E1 a E5).....5E10.0
- (9) Coef. de Poisson (ν 1 a ν 5).....5E10.0
- (10) Módulo de Elast. Transversal (G1 a G5).....5E10.0
- (11) Coef. de Expansão Térmica (α 1 a α 5).....5E10.0
- (12) Tensão de Escoamento Inicial (σ_y 1 a σ_y 5)...5E10.0
- (13) Tensão de Ruptura (σ_r 1 a σ_r 5).....5E10.0
- (14) Módulo Plástico (E_p 1 a E_p 5).....5E10.0

- (15) Expoente Tensão-Def. (n1 a n5).....5E10.0
- (16) Tensão de interseção ($\alpha_k 1$ a $\alpha_k 5$).....5E10.0
- (17) Taxa de deformação ($\dot{\epsilon} 1$ a $\dot{\epsilon} 5$).....5E10.0
- (18) Repetir as linhas (7) a (17) para outro $\dot{\epsilon}$.
- (19) NREJUN, NNP12, NNP34, NNPR, NELR, NBC.....6I5
- (20) Utilizar para análise térmica apenas (JOBTYP = 1 ou 2)
N, UN(1), UN(2), UN(3), ITEMP.....I5,3E10.0,I5
- (21) Utilizar para os outros tipos de análise
N, UN(1), UN(2), UN(3), ITEMP, UN(4),
UN(5), UN(6), UNCI5,3E10.0,I5,3E10.0,F2.0
- (22) MM, JX(1), JX(2), JX(3), JX(4), JX(5).....6I5
- (23) Utilizar somente para NBC não nulo
IP(1), IP(2).....2I5
- (24) NODPR, NELPR.....2I5
- (25) Utilizar somente para NODPR não nulo
IDNDPR(NODPR).....I5
- (26) Utilizar somente para NELPR não nulo
IDELPR(NODPR).....I5

- (27) DTIME(ITIME).....E10.0
- (28) Utilizar as linhas (28) a (33) somente para análise
térmica (JOBTYP = 1 a 4, 52 e 53)
HED2.....12A4
- (29) NMAT, NBCT, NTEM, NTIM, NTF.....5I5
- (30) MTYPE, XCON, CP, RO.....I5, 3E10.0
- (31) TIF(J,I).....7E10.0
- (32) IBCT(I), JBCT(J), IDB(1,K), IDB(2,K), IDB(3,K),
IDB(4,K), IDB(5,K), IDB(6,K).....8I5
- (33) Utilizar somente para NTEM não nulo
TFUN(I,J,K).....6E10.0
- (34) PRRR.....E10.0
- (35) IRADIA.....I5
- (36) Utilizar as linhas (36) a (40) apenas para cálculo do
Fator de Forma para radiação (IRADIA não nulo)
NMNPTS, NUMEL.....2I5
- (37) NM(NUMEL).....I5
- (38) NMPNOD, NELEM.....2I5

(39) N, COORDX(N), COORDY(N), COORDZ(N).....15,3E10.0

(40) NM2, NS(1), NS(2), NS(3), NS(4), INV2.....615

E.3 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS

HED - Título do problema (até 72 caracteres)

NUMMAT - número de materiais que compoem a estrutura anlizada
(max. de 5)

NRMAX - número de regiões da estrutura (max. de 10)

NPP - tipo de elemento: = 0 p/ axissimétrico

= 1 p/ estado plano de tensões

=2 p/ estado plano de deformações

NOLOADS - número de passos (incrementos) de carga

JOBTP - tipo de análise: = 0 tensões apenas

= 1 térmica (permanente)

= 2 térmica (transiente)

= 3 (1 + 0)

= 4 (2 + 0)

= 51 = (1) + fluência

= 52 = (3) + fluência

= 53 = (4) + fluência

Q - temperatura de referência

IOPRNT - controla a impressão

= n => informações serão impressas a cada n-ésimo
passo, a partir do passo n

IOPRSP - indicador de supressão de impressão

= 1 => não imprime os parâmetros da linha (5)

IOGEOM - indica a geometria deformada

= 1 => imprime as coordenadas deformadas

IDREVL - modifica o sinal dos incrementos de pressão

= 1 => inverte o sinal

KINHAR - determina o tipo de encruamento = 0 isotrópico

= 1 cinemático

COEF - coeficiente da eq. de Norton

ENC - expoente da equação

ACTQ - energia de ativação

RCONT - constante de Boltzman

DTOD - controle automático de tempo (=1)

T11 - tempo inicial para fluência

T12 - tempo final

IPSNDD = 1 => suprime a impressão dos deslocamentos nodais

IPSELR = 1 => suprime a impressão das deformações

IPSELS = 1 => suprime a impressão das tensões

MTYPE - número de identificação do material

NUMTC - número de condições de temperatura para as quais as
propriedades serão fornecidas (max. de 5)

NUMSTRC - número de condições de taxa de deformação para as
quais as propriedades serão fornecidas (max. de 5)

DENSTY - massa específica do material

(T1 a T5) - valores de temperatura para os quais as proprie-
dades serão fornecidas

(E1 a E5) - valores do módulo de elasticidade para cada uma das temperaturas acima fornecidas

(ν_1 a ν_5) - idem para coef. de Poisson

(G1 a G5) - idem para módulo de elasticidade transversal

(α_1 a α_5) - idem para coef. de expansão térmica

(σ_y^1 a σ_y^5) - idem para tensão de escoamento

(σ_r^1 a σ_r^5) - idem para tensão de ruptura

(E_p^1 a E_p^5) - idem para módulo plástico

(n_1 a n_5) - idem para expoente tensão-deformação

(σ_k^1 a σ_k^5) - idem para tensão de interseção

($\dot{\epsilon}_1$ a $\dot{\epsilon}_5$) - prescreve os valores de taxa de deformação para os quais serão fornecidas novas propriedades.

NREJUN - número da região

NNP12 - número de pontos nodais na fronteira 1-2

NNP34 - idem para fronteira 3-4

NNPR - número de pontos nodais da região

NELR - número de elementos da região

NBC - número de faces de elementos submetidas a carregamento de pressão

N - identificação do nó

UN(1) - coordenada R do nó N

UN(2) - coordenada Z do nó N

UN(3) - temperatura nodal

ITEMP - prescreve a temperatura nodal

= 0 => temperatura não prescrita

= n => ver linha (32)

UN(4) - força ou deslocamento inicial na direção R

UN(5) - força ou deslocamento inicial na direção Z

UN(6) - espessura do elemento neste nó

UNC - código para identificação de força ou deslocamento

UNC	UN(4)	UN(5)
0	força R	força Z
1	deslocamento R	força Z
2	força R	deslocamento Z
3	deslocamento R	deslocamento Z

MM - identificação do elemento

JX(1) - nó I do elemento MM

JX(2) - nó J do elemento MM

JX(3) - nó K do elemento MM

JX(4) - nó L do elemento MM

JX(5) - tipo de material do elemento

IP(1) - nó I da face submetida a pressão

IP(2) - nó J da face submetida a pressão

NODPR - número de nós para os quais as informações serão impressas.

= 0 => serão impressas para todos os nós

NELPR - idem NODPR para elementos

= 0 => serão impressas para todos os elementos

IDNDPR(NODPR) - identificação de cada um dos nós para os quais as informações serão impressas.

IDELPR(NODPR) - identificação de cada um dos elementos para os quais as informações serão impressas.

DTIME(ITIME) - incremento de tempo

HED2 - título da análise térmica

NMAT - número de materiais para análise térmica (max. de 5)

NBCT - número de elementos para os quais serão fornecidas condições de transferência de calor na superfície.

NTEM - número de temperaturas para as quais serão definidas as propriedades termo-físicas dos materiais.

NTIM - número de instantes de tempo para os quais serão definidas as funções transientes.

NTF - número de funções transientes que serão fornecidas

MTYPE - identificação do material

XCON - condutividade térmica do material

CP - calor específico do material

RD - massa específica do material

TIF(J,I) - matriz que especifica as funções transientes nos instantes de tempo especificados

TIF(1,I) - instante de tempo - $I = 1, NTIM$

(J,I) - valor da função J no tempo i - $J = 1, NTF$

IBCT(I) - nó I da superfície especificada

JBCT(J) - nó J da superfície especificada

IDB(1,K) - identificação para temperatura do fluido externo.

IDB(2,K) - identificação para coeficiente de transferência de calor por convecção natural.

IDB(3,K) - identificação para coeficiente de transferência de calor por convecção forçada.

IDB(4,K) - identificação para coeficiente de radiação.

IDB(5,K) - identificação para expoente de transferência de calor por convecção natural ou forçada.

IDB(6,K) - identificação para fluxo de calor prescrito.

$K = 1, NBCT$

TFUN(I,J,K) - propriedades térmicas dependentes da temperatura

$K = 1 \Rightarrow$ condutividade térmica

$K = 2 \Rightarrow$ calor específico

K = 3 => massa específica

J = 2, NMAT + 1 (número de materiais

I = 1, NTEM (pontos de temperatura especificados)

TFUN (I,1,K) - valores de temperatura.

PRRR - incremento de pressão.

IRADIA - índice que determina o cálculo do fator de forma.

NMNPTS - fornece o número de pontos nodais da estrutura principal, que serão utilizados no cálculo do Fator de Forma.

NUMEL - idem NMNPTS para elementos.

NM(NUMEL) - identificador dos elementos que serão utilizados.

NMPNOD - número de pontos nodais da estrutura secundária, que troca calor por radiação com a principal.

NELEM - número de elementos da estrutura secundária.

N - identifica o nó da estrutura secundária.

COORDX(N) - coordenada X do nó N.

COORDY(N) - coordenada Y do nó N.

COORDZ(N) - coordenada Z do nó N.

NM2 - identificação do elemento da estrutura secundária.

NS(1) - nó I do elemento NM2.

NS(2) - nó J do elemento NM2.

NS(3) - nó K do elemento NM2.

NS(4) - nó L do elemento NM2.

INV2 - parâmetro que permite a inversão das componentes do vetor normal ao plano da estrutura principal, de forma a permitir que as estruturas interajam.

= 1 => inverte o sinal da componente X.

= 2 => inverte o sinal da componente Y.

= 3 => inverte o sinal da componente Z.

- = 4 => inverte o sinal da componente X e Y.
- = 5 => inverte o sinal da componente Y e Z.
- = 6 => inverte o sinal da componente X e Z.
- = 7 => inverte o sinal da componente X, Y e Z.

E.4 - INFORMAÇÕES DA SAÍDA

O arquivo de saída do ATEPF lista todas as informações fornecidas a respeito das propriedades do material, tipos de análise, coordenadas nodais, conectividade e carregamentos. Fornece, para cada nó especificado, os valores dos deslocamentos totais e por incremento de tempo, e, para cada elemento, os valores de tensão e deformação calculados.

Os formatos de saída são os seguintes:

(I) Deslocamentos Nodais

NO, CODIGO, COORD. R, COORD. Z, UR, UZ, TUR, TUZ

onde: NO - número do nó

CODIGO - valor de UNC fornecido

UR - incremento de deslocamento na direção R

UZ - incremento de deslocamento na direção Z

TUR - deslocamento total na direção R

TUZ - deslocamento total na direção Z.

(II) Tensões

EL No.	COORDENADAS		***** TENSÕES *****							
	R	Z	R	Z	T	RZ	MAX	MIN	ANG.	SHEAR EFETIVA

onde: EL No. - número do elemento

R, Z - coordenadas do centróide do elemento, ponto para o qual as tensões são fornecidas

R - componente de tensão na direção R

Z - componente de tensão na direção Z

T - tensão tangencial

MAX, MIN - tensões principais máxima e mínima

ANGLE - ângulo entre a direção R e a máxima tensão principal, em graus

SHEAR - tensão cizalhante no plano R-Z

EFETIVA - tensão equivalente.

(III) Deformações

EL No., RATS1, RATS2, EPSR, EPST, EPSRZ, EFFEPS, EPSDOT, ALF

onde: EL No. - número do elemento

RATS1 - razão entre a tensão equivalente e a tensão de escoamento inicial.

>1 => ocorre deformação plástica.

RATS2 - razão entre a tensão efetiva calculada e a tensão calculada a partir da deformação efetiva

= 1 => total concordância

EPSR - deformação na direção R.

EPSZ - deformação na direção Z.

EPST - deformação na direção tangencial

EPSRZ - deformação cizalhante no plano R-Z

EFFEPS - deformação equivalente

EPSDOT - taxa de deformação

ALF - deslocamento da superfície de escoamento no caso de encruamento cinemático